

Diskussionsbeitrag zum Einstieg in das Prüfungsgespräch im zweiten Teil der mündlichen Abiturprüfung im Fach Mathematik

Anregungen für die Gestaltung und die unterrichtliche Vorbereitung

ANDREAS BÜCHTER, SUSANN DREIBHOLZ, ULRICH HOFFERT

Ein Unterricht, der sich daran orientiert, mathematische Kompetenzen aufzubauen, muss sich auch daran messen lassen, inwieweit es in Prüfungssituationen gelingt, die aufgebauten Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler, im Abitur also der Prüflinge, angemessen zu überprüfen. Im zweiten Teil der mündlichen Abiturprüfungen „sollen vor allem größere fachliche und fachübergreifende Zusammenhänge in einem Prüfungsgespräch angesprochen werden“ (vgl. APO-GOST § 38 (4), MSB, 2020). Das Ziel dieses Projekts bestand darin, Ideen zur Gestaltung des Prüfungsgesprächs in Abiturprüfungen, aber auch zur Vorbereitung dieser für Schülerinnen und Schüler besonderen Prüfungssituation zu entwickeln. Dazu wurde im Rahmen dieser SINUS-Arbeitsgruppe ein Konzept entwickelt, wie durch *offenere Fragestellungen* in den zweiten Teil eingestiegen werden kann und inwiefern es gelingt, sich stärker an den Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler bzw. der Prüflinge zu orientieren, ohne diese weder zu überfordern noch zu kleinschrittig vorzugehen. Die zugrunde liegenden Überlegungen werden an ausgewählten Beispielen dargestellt und zusätzlich werden Anregungen gegeben, wie bereits im Unterricht die Schülerinnen und Schüler angemessen auf die offeneren Fragestellungen vorbereitet werden können.

Die dargestellten Vorschläge und Ideen sollen dazu anregen, über die im mündlichen Abitur zum Einsatz gebrachten Aufgaben und die Gestaltung des Prüfungsgesprächs nachzudenken und darüber mit Kolleginnen und Kollegen ins Gespräch zu kommen. Die Beispiele erheben nicht den Anspruch, alle Facetten und alle Möglichkeiten der Gestaltung des Prüfungsgesprächs abzubilden. Sie sind *ein* Vorschlag, der aus der Arbeit von Lehrkräften aus acht Schulen resultiert, die mit diesem Beitrag *ihren* Ansatz zur Diskussion stellen.

Die Arbeit dieses SINUS-Projekts knüpft an die entwickelten Konzepte für den Mathematikunterricht aller Inhaltsfelder der Oberstufe aus der vorangegangenen Projektphase (2014–2017) an. Die vorgestellten Unterrichtsideen ermöglichen Schülerinnen und Schülern einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht, der sie zugleich auf die Anforderungen des Abiturs vorbereitet (Dreibholz, Hoffert & Büchter, 2018).

Wissenschaftliche Beratung und Unterstützung erhielt die Projektgruppe durch Prof. Dr. Andreas Büchter von der Universität Duisburg-Essen (Fakultät für Mathematik, Arbeitsbereich Didaktik der Mathematik).

1 Projektidee

Eine mündliche Abiturprüfung findet hinter geschlossenen Türen statt. Wenig dringt nach außen. Einen schulübergreifenden Austausch über Gestaltung, Struktur und Inhalte der Prüfung zwischen Lehrkräften findet man selten.

Die Vorgaben im Kernlehrplan Mathematik für die gymnasiale Oberstufe (MSW, 2014) geben erste Hinweise zur Umsetzung, doch fehlen konkrete Ideen und Beispiele zur Gestaltung. Genau hier setzt dieses SINUS-Projekt an.

Beispielhaft wurden zu verschiedenen Inhaltsfeldern kompetenzorientierte Prüfungsvorschläge für den zweiten Teil der mündlichen Abiturprüfung erarbeitet, in Simulationen ausprobiert und die Vorbereitung im Unterricht an unterschiedlichen Schulen erprobt. Allen Beispielen liegt dabei die Idee zugrunde, mit den Prüflingen in ein Fachgespräch einzusteigen, indem die Eingangsfrage offen formuliert ist und dem Prüfling dadurch verschiedene Zugänge zum Einstieg in die vorgegebene Thematik eröffnet, ohne zu einem weiteren längeren Schülervortrag wie im ersten Prüfungsteil zu animieren.

Im folgenden Kapitel werden zunächst zwei dieser Vorschläge aus den Inhaltsfeldern Analysis und Analytische Geometrie sowie die zugrunde liegenden Gestaltungskriterien dargestellt.

Anschließend wird die unterrichtliche Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler im Vorfeld der Prüfung mit konkreten Lösungsideen unter den folgenden Fragestellungen in den Fokus gerückt:

- Wie schafft man Transparenz über den Ablauf und die Leistungserwartungen in der mündlichen Prüfung?
- Wie kann es gelingen, die mathematischen Zusammenhänge eines Inhaltsfeldes zu strukturieren und auf diese Weise für die Prüfung nutzbar zu machen?
- Wie können Argumentations- und Begründungskompetenzen kontinuierlich aufgebaut werden?

Die erstellten Materialien haben exemplarischen Charakter. Sie sollen als Anregung für die eigene Unterrichts- und Prüfungspraxis angesehen werden und müssen an die jeweiligen schulischen und unterrichtlichen Voraussetzungen angepasst werden. Alle Materialien werden im Laufe des kommenden Jahres auf der Internetseite¹ zum Projekt bereitgestellt.

2 Materialien zur unterrichtlichen Vorbereitung und Gestaltung der mündlichen Abiturprüfung

2.1 Mündliche Abiturprüfung (Gesprächsteil)

Konstruktionsprinzipien

Die Abiturprüfung besteht gemäß APO-GOST² insgesamt aus drei zentral gestellten schriftlichen Prüfungen und (mindestens) einer mündlichen Prüfung. In den schriftlichen Prüfungen werden umfassende Aufgabenstellungen detailliert bearbeitet. Vor der Abgabe kann das Geschriebene noch einmal durchgesehen und bei Bedarf überarbeitet werden. In der obligatorischen mündlichen

¹ www.sinus.nrw.de.

² Vgl. § 21 APO-GOST (MSB, 2020).

Prüfung hingegen können die Schülerinnen und Schüler besondere Kompetenzen in den Bereichen der mündlichen (fachsprachlichen) Kommunikation und der überblicksartigen Thematisierung fachlicher und fachübergreifender Zusammenhänge zeigen³.

Der Kernlehrplan Mathematik für die gymnasiale Oberstufe enthält konzeptionelle Vorgaben für die Gestaltung von Lernerfolgsüberprüfungen im Allgemeinen und mündlichen Abiturprüfungen im Besonderen, u. a.:

Lernerfolgsüberprüfungen [müssen] darauf ausgerichtet sein [...], Schülerinnen und Schülern Gelegenheit zu geben, Kompetenzen, die sie in den vorangegangenen Jahren erworben haben, wiederholt und in wechselnden Zusammenhängen unter Beweis zu stellen. [...]

In einem zweiten Teil [der mündlichen Abiturprüfung] sollen vor allem größere fachliche und fachübergreifende Zusammenhänge in einem Prüfungsgespräch angesprochen werden. Es ist nicht zulässig, zusammenhanglose Einzelfragen aneinanderzureihen.⁴

Dies bedeutet insbesondere, dass die Prüfungssituation unter der Perspektive der Kompetenzorientierung vonseiten der Fachprüferin bzw. des Fachprüfers und des Fachprüfungsausschusses so gestaltet sein sollte, dass die Schülerinnen und Schüler ihr prinzipiell vorhandenes Leistungsvermögen auch tatsächlich möglichst umfassend unter Beweis stellen können. Daher sollte der unvermeidliche Prüfungsstress durch die bewusste Gestaltung der Rahmenbedingungen der Prüfung, wie beispielweise die Sitzordnung des Fachprüfungsausschusses, ein wertschätzendes Gesprächsverhalten oder die Zugänglichkeit der Aufgabenstellung, auf ein Minimum reduziert werden.

Die Einstiegssituationen für die Aufgabenstellung sollten offen für unterschiedliche Zugangsweisen und Schwerpunktsetzungen sein, sodass sich ein Fachgespräch dazu entwickeln kann. Dies ermöglicht den Schülerinnen und Schülern sowohl eine vorsichtige schrittweise Annäherung an die Situation als auch eine Einordnung von einem höheren Standpunkt aus. Dadurch wird die Prüfungssituation in dem Sinne adaptiv, dass die Schülerinnen und Schüler die Einstiegssituation auf unterschiedlichen, selbst gewählten Kompetenz- und Anforderungsniveaus bearbeiten können.

In der mündlichen Prüfung sollten dabei vor allem der Zugriff auf Aufgabenstellungen (Lösungsansätze), Wissen über fachliche Zusammenhänge und Reflexionen über Aufgabenbearbeitungen und fachliche Zusammenhänge im Vordergrund stehen. Damit die Schülerinnen und Schüler hier selbstständig etwaig vorhandenes Zusammenhangswissen entfalten können, sollten die Ausgangssituationen hinreichend fachliche Substanz für Vertiefungen in unterschiedliche fachbezogene Richtungen bieten. Hierfür kommen sowohl beziehungsreiche innermathematische Situationen als auch realitätsbezogene Aufgabenstellungen infrage.

In der mündlichen Prüfung sollten neben inhaltsbezogenen und anderen prozessbezogenen Kompetenzen vor allem die Aussagen des Kernlehrplans für den Bereich „Kommunizieren“ berücksichtigt werden, u. a.:

³ Vgl. § 38 (4) APO-GOST (MSB, 2020).

⁴ Vgl. Kernlehrplan für die Sekundarstufe II, Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik (MSW, 2014, S. 35, 43).

Das Kommunizieren umfasst die Rezeption und die Produktion von Dokumentationen fachlicher Bearbeitungen sowie die Diskussion darüber. [...] [Dabei] müssen [...] Darstellungen intersubjektiv nachvollziehbar sein und bestehende Konventionen berücksichtigen. [...] Die Schülerinnen und Schüler [...] verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang [...].⁵

In der mündlichen Prüfungssituation sollte daher ermöglicht, aber auch eingefordert werden, dass die Schülerinnen und Schüler Zusammenhänge in eigenen Worten und angemessener Verwendung von fachsprachlichen Mitteln und situationsgerechten Darstellungen ausführen. Das Fachgespräch sollte ausgehend von Schüleräußerungen im Stil einer fachlichen Diskussion vertieft werden. Dabei soll von Anfang an die Möglichkeit bestehen, unterschiedliche Darstellungen und Hilfsmittel einzubeziehen.

Vor diesem Hintergrund wurden bei den entwickelten Beispielen für den zweiten Teil der mündlichen Abiturprüfung folgende Gestaltungsprinzipien berücksichtigt:

- stressreduzierender Bedingungsrahmen (Sitzordnung etc.)
- wertschätzende Gesprächsführung vonseiten der Fachprüferin bzw. des Fachprüfers (auch: Zeit für die Entwicklung eigener Gedanken)
- offene Aufgabenstellung (mögliche unterschiedliche Zugänge und differenzierende Bearbeitungsniveaus)
- beurteilender Fokus auf Lösungsansätze, Zusammenhangswissen und fachliche Reflexionen, weniger auf Abfrage von mathematischem Faktenwissen
- substanzielle Ausgangssituationen (u. a. fachliche Reichhaltigkeit oder Realitätsbezüge)
- Ermöglichung und Einforderung fachsprachlich angemessener Darstellungen
- Aufgreifen und Vertiefen von Schüleräußerungen
- Einbezug unterschiedlicher Darstellungen und Hilfsmittel

Beispiele mündlicher Abiturprüfungen (Teil 2, Prüfungsgespräch)

Im SINUS-Projekt sind verschiedene Beispiele für die Gestaltung des zweiten Prüfungsteils entwickelt worden. Die Beispiele decken die Inhaltsfelder des Kernlehrplans ab, wobei sowohl das fachliche Anspruchsniveau des Grundkurses als auch des Leistungskurses berücksichtigt wurde, sodass auch Beispiele für eventuelle Nachprüfungen vorliegen.

Die Dokumentation der einzelnen Prüfungsbeispiele ist einheitlich in Form einer Tabelle gestaltet (siehe Abbildung 2 und Abbildung 5). In der ersten Spalte findet man die jeweiligen Fragestellungen für das Prüfungsgespräch. Hier werden auch eventuell im Prüfungsverlauf notwendige Konkretisierungen in Form von Nachfrageoptionen der Fachprüferin oder des Fachprüfers dargestellt. Die Reihenfolge der Fragestellungen ist dabei nicht festgeschrieben, da sie sich an den individuellen Erläuterungen und Antworten der Prüflinge orientieren sollte. Gerade bei offeneren Einstiegen in das Prüfungsgespräch, wie sie in allen von der Gruppe ausgearbeiteten und erprobten Beispielprüfungen zu finden sind, ist es sinnvoll, Fragestellungen flexibel zu handhaben.

⁵ Vgl. Kernlehrplan für die Sekundarstufe II, Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik (MSW, 2014, S. 16 und S. 22).

Die zweite Spalte in der Tabelle enthält Hinweise zum notwendigen Material⁶ für den jeweiligen Prüfungsteil und die dritte Spalte Kommentare zum Ablauf des Prüfungsgesprächs. Erwartete Kompetenzen und Lösungen sind in den darauffolgenden Spalten angegeben.

In den hier vorgestellten Beispielen werden Anregungen zum Einstieg in das Prüfungsgespräch gegeben. Im weiteren Verlauf liegt es in der Hand der Lehrkraft, dass alle Anforderungsbereiche im angemessenen Umfang im Rahmen der Prüfung angesprochen werden.

Grundkurs Analysis (ganzrationale Funktion) – Einstieg in das Prüfungsgespräch

In dem hier vorgestellten Beispiel für den Gesprächsteil der mündlichen Abiturprüfung zum Thema Analysis handelt es sich um eine Prüfung mit rein innermathematischen Fragestellungen. Der Fokus liegt auf zentralen Beziehungen und Verfahren der Differential- und Integralrechnung.

Dem Prüfling werden zu Beginn eine Funktionsgleichung und ein Funktionsgraph vorgelegt (siehe Abbildung 1). Der Prüfling soll begründen, warum der Funktionsgraph zur Funktionsgleichung passen kann.

Bei dieser Aufgabe besteht die Möglichkeit, die Fragestellung auf unterschiedlichen Wegen zu beantworten. So kann bei den Symmetrieeigenschaften, bei der Form des Graphen oder bei den Nullstellen begonnen werden, um nur einige mögliche Anfänge zu nennen. Schwächere Prüflinge finden vielleicht nur ein oder zwei Argumente, stärkere Prüflinge dagegen entfalten anhand dieser ersten Frage eine Vielzahl möglicher Argumente.

Dieser offene Einstieg eröffnet die Möglichkeit, dass der Prüfling zunächst ohne starke Lenkung durch entsprechende kleinschrittigere Prüfungsfragen zeigen kann, welche Kompetenzen er auf welchem Niveau im inhaltlichen Bereich der Analysis beherrscht. Da diese Art von Aufgabenstellung keine expliziten Berechnungen oder die bloße Wiedergabe von Auswendiggelerntem einfordert, sondern der Prüfling direkt aufgefordert wird Zusammenhänge zu begründen, steht auch der Gebrauch der notwendigen Fachsprache in den Argumentationen des Prüflings im Vordergrund.

Im weiteren Gesprächsverlauf sollte die Fachprüferin bzw. der Fachprüfer direkt an die Ausführungen des Prüflings anknüpfen. Hier ist es wichtig, dass die Fachprüferin bzw. der Fachprüfer flexibel mit den Antworten des Prüflings umgehen. Bei einem schwächeren Prüfling kann es sein, dass eine schlüssige Argumentation nur mit Denkanstößen oder durch fokussierende Fragen entwickelt werden kann. Dabei können unterschiedliche Aspekte einer Funktionsuntersuchung mit einfließen. Für stärkere Prüflinge kann es sinnvoll sein, einen Schritt in Richtung Vertiefung anzustoßen und das graphische Ableiten zu thematisieren. Im folgenden Ausschnitt zur mündlichen Abiturprüfung GK „Analysis – ganzrationale Funktionen“ des Prüfungsplans für diese Prüfung⁷

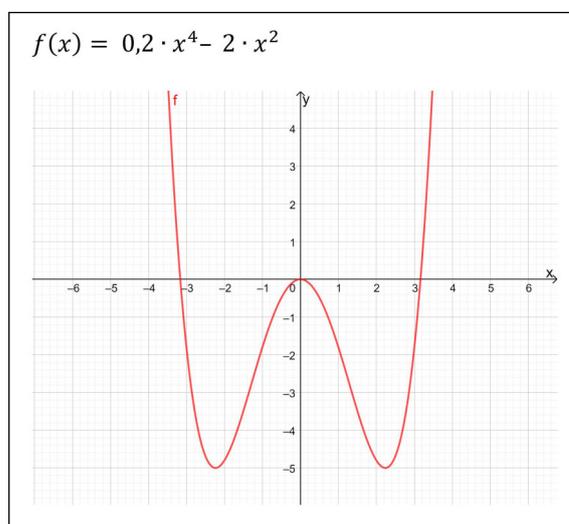


Abbildung 1: Funktionsterm und -graph zur mündlichen Analysis-Prüfung (GK)

⁶ Alle entwickelten Beispielprüfungen sind materialbasiert.

⁷ Auch in den anderen Beispielprüfungen werden solche Fokussierungen ausgewiesen.

werden deshalb auch zwei unterschiedlich konkretisierte Fragen bzw. Fokussierungen bereitgestellt (Abbildung 2). Im weiteren Verlauf des Prüfungsgesprächs, der hier im Artikel nicht weiter ausgeführt wird, steht inhaltlich die Integralrechnung im Mittelpunkt, und somit der notwendige Wechsel auf Inhalte eines anderen Halbjahrs der Qualifikationsphase.

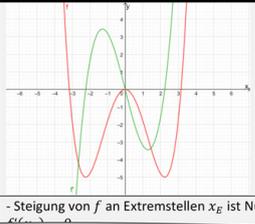
Fragestellungen	Material	Kommentar	Erwartete Lösungen	
<p>Gegeben sind die Funktion f mit $f(x) = 0,2 \cdot x^4 - 2 \cdot x^2$ und ihr Graph. Begründen Sie, dass der dargestellte Graph zum Funktionsterm passen kann.</p> <p>Ggf. ergänzende Frage nach</p> <ul style="list-style-type: none"> - Nullstellen - Symmetrie - Globalverlauf 	GK01 A1	Der offene Einstieg bietet dem Prüfling die Möglichkeit, verschiedene Ansätze zu verfolgen. Rechnerische Überlegungen bzw. der Einsatz des GTR weisen darauf hin, im weiteren Verlauf der Prüfung ggf. klar vorgegebene Aufgabenstellungen zu formulieren. Durch den Einsatz von qualitativen Überlegungen ergeben sich im weiteren Prüfungsverlauf andere Fragestellungen/Impulse, die einem höheren Anforderungsniveau zuzuordnen sind.	<p>Der Prüfling ...</p> <p>begründet, dass der Graph zum Funktionsterm passen kann.</p>	
				<p>Rechnerische Überlegungen (konkret einzelne Punkte bestimmen und mit dem Funktionsgraphen abgleichen)</p> <p>Einsatz des GTR: f zeichnen und vergleichen</p> <p>Qualitative Überlegungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Anzahl der Nullstellen - Symmetrieeigenschaft - Grenzwertverhalten - Anzahl der Extrem- und Wendepunkte
<p>Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' zu dem Graphen der Funktion f und erläutern Sie daran den Zusammenhang zwischen der Funktion f und ihrer Ableitung f'</p>	GK01 A1	Aus dem bisherigen Prüfungsverlauf können sich in diesem Prüfungsabschnitt verschiedene Aufgabenstellungen ergeben. Diese Fragestellung bietet dem Prüfling die Möglichkeit, die komplexen Zusammenhänge des zeichnerischen Differenzierens aufzugreifen und Zusammenhänge darzustellen.	ermittelt den Verlauf des Graphen von f' durch graphisches Differenzieren und erläutert sein Vorgehen. Von besonderer Bedeutung sind dabei die Extrem- und Wendepunkte.	
<p>mögliche Fokussierung: Gehen Sie auf besondere Stellen (Extrema, Wendepunkte,</p>		Falls nur wenige Eigenschaften auf die Eingangsfragestellung benannt werden,	stellt den Zusammenhang zwischen den	- Steigung von f an Extremstellen x_E ist Null d.h. $f'(x_E) = 0$

Abbildung 2: Ausschnitt aus der tabellarischen Darstellung zum zweiten Teil einer mündlichen Prüfung zum Inhaltsfeld Analysis (GK)

Grundkurs analytische Geometrie (3D-Modell) – 3D-Modell eines geometrischen Körpers

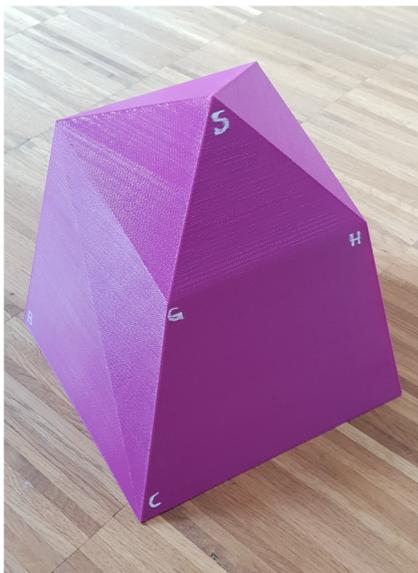


Abbildung 3: Geometrischer Körper aus 3D-Druck

Im Zentrum dieses Prüfungsteils steht das 3D-Modell eines geometrischen Körpers (siehe Abbildung 3). Dieses Körpermodell ist mithilfe eines 3D-Drucks entstanden. Da die Zahl der Schulen zunimmt, an denen 3D-Drucker bereits im Einsatz sind, wird es in Zukunft häufiger die Möglichkeit geben, für die mündliche Abiturprüfung interessante und im echten Wortsinn „begreifbare“ Modelle anzufertigen.

Die Geometriesoftware GeoGebra⁸ bietet die Möglichkeit, in der 3D-Ansicht stl-Dateien zu generieren, die man für den 3D-Druck benötigt, sodass man ein Körpermodell mit GeoGebra planen und konstruieren kann.

Eine mögliche Alternative zur Erstellung solcher geometrischen Körper ist die kostenfreie Software OpenSCAD⁹. Dort kann man durch den Befehl *polyhedron*¹⁰ die stl-Datei für die entsprechenden Körpermodelle mithilfe der Koordinaten der Eckpunkte des Körpers erstellen. Dieses Verfahren setzt allerdings ein gewisses Maß an Erfahrung im Umgang mit 3D-Druck voraus. Die stl-Datei für den Körper, der in der hier beschriebenen Prüfung genutzt wird, kann auf der Internetseite von SINUS.NRW¹¹ heruntergeladen werden.

8 <https://www.geogebra.org/> [26.08.2020].

9 <https://www.openscad.org/> [09.06.2020].

10 https://en.wikibooks.org/wiki/OpenSCAD_User_Manual/Primitive_Solids#polyhedron [09.06.2020].

11 www.sinus.nrw.de bzw. https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idcat=4242 [16.09.2020].

Einstieg in das Prüfungsgespräch

Der Prüfling wird zu Beginn des Prüfungsgesprächs aufgefordert, Zusammenhänge zwischen dem Wortfeld und dem 3D-Körpermodell mithilfe seiner Kenntnisse aus dem Inhaltsfeld der analytischen Geometrie zu beschreiben. Zur Unterstützung erhält er zusätzlich ein Wortfeld mit einigen Fachbegriffen aus diesem Inhaltsfeld (siehe Abbildung 4).



Abbildung 4: Wortfeld mit Begriffen zur analytischen Geometrie

Trotz dieser begrifflichen Fokussierung bleibt der Einstieg offen. Der Prüfling kann entscheiden, in welcher Reihenfolge er sich zu den Fachbegriffen äußert, welche er gegebenenfalls weglässt oder welchen Schwerpunkt er setzt. Das Wortfeld ist die Grundlage dafür, dass dieser Prüfungsteil zeitlich begrenzt werden kann.

Die Aufgabe der Fachprüferin bzw. des Fachprüfers ist es, in den Erläuterungen des Prüflings Anknüpfungspunkte für den weiteren Gesprächsverlauf zu erkennen. Geht der Prüfling beispielsweise verstärkt auf den Begriff *Geraden* ein, so kann anschließend innerhalb des Gesprächs an *Lagebeziehungen von Geraden* angeknüpft werden. Es könnte z. B. zunächst untersucht werden, ob sich Geraden durch bestimmte Punkte des geometrischen Körpers in einem Punkt schneiden (Abbildung 5). Am 3D-Modell können hierzu Überlegungen visualisiert und eventuelle Hypothesen aufgestellt werden. Dies führt letztendlich zu einem Verfahren zur Überprüfung der Lagebeziehungen.

Geht der Prüfling verstärkt auf den Fachbegriff *Winkel* ein, so kann man anschließend zunächst auf bestimmte Winkel in den Teilflächen des geometrischen Körpers zu sprechen kommen. Anschließend könnte es dann z. B. um die *Orthogonalität von Vektoren* oder die Überprüfung der *Gleichschenkligkeit von Dreiecken* gehen.

Fragestellungen	Material	Kommentar	Erwartete Lösungen	
			Der Prüfling ...	
Beschreiben Sie kurz die Zusammenhänge zwischen dem geometrischen Körper und den Ihnen vorliegenden Begriffen aus der analytischen Geometrie.	3D-Modell GK01 G1	Der offene Einstieg bietet dem Prüfling die Möglichkeit, sein vorhandenes Wissen strukturiert vorzutragen. Die Fachprüferin/der Fachprüfer achtet an dieser Stelle zum einen darauf, dass dieser Teil wirklich <i>kurz</i> gehalten wird und zum anderen darauf, an welcher Stelle der Prüfling für sich einen Schwerpunkt setzt.	beschreibt grundlegende Elemente der analytischen Geometrie.	z. B.: • Definition eines Vektors • Objekte im Raum (Gerade, Ebene) • Kollinearität
			beschreibt Beziehungen zwischen Objekten.	• Lagebeziehungen • Winkel • Abstände
Zeigen Sie die unterschiedlichen Möglichkeiten der Lage zweier Geraden zueinander anhand des Modells auf und stellen Sie Möglichkeiten dar, wie man die Art der Lagebeziehung ermitteln kann.	3D-Modell		gibt konkrete Beispiele für die unterschiedlichen Lagebeziehungen mithilfe der Kanten des Modells an. erläutert ein sinnvolles Verfahren zur Bestimmung der Lage zweier Geraden.	1. sind identisch 2. sind echt parallel 3. schneiden sich 4. sind windschief Überprüfung auf Kollinearität der Richtungsvektoren, Punktprobe, Schnittpunktbestimmung
Wie könnten die beiden Geraden ...	3D-Modell			

Abbildung 5: Ausschnitt aus der tabellarischen Darstellung zum zweiten Teil einer mündlichen Prüfung zum Inhaltsfeld analytische Geometrie (GK)

Der Vorteil einer Prüfung, in der sich alle Prüfungsfragen entlang eines 3D-Modells entwickeln, ist die Tatsache, dass man immer wieder schnell in die Anschaulichkeit wechseln kann. Dies ist insbesondere für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler eine wichtige Hilfe. Darüber hinaus bietet das 3D-Modell aber auch die Chance, komplexere Fragestellungen zu thematisieren und auf diese Weise alle Anforderungsbereiche abzudecken.

Kompetenzraster zur Bewertung einer mündlichen Prüfung

Im Rahmen einer mündlichen Abiturprüfung im Fach Mathematik werden Kompetenzbereiche in den Blick genommen, die in anderen (z. B. schriftlichen) Prüfungsformaten in dieser spezifischen Form nicht abzubilden sind. Diesem Aspekt wird bereits im Kernlehrplan für die gymnasiale Oberstufe Rechnung getragen:

Übergreifende Bewertungskriterien für die erbrachten Leistungen sind die Komplexität der Gegenstände, die sachliche Richtigkeit und die Schlüssigkeit der Aussagen, die Vielfalt der Gesichtspunkte und ihre jeweilige Bedeutsamkeit, die Differenziertheit des Verstehens und Darstellens, das Herstellen geeigneter Zusammenhänge, die Eigenständigkeit der Auseinandersetzung mit Sachverhalten und Problemstellungen, die argumentative Begründung eigener Urteile, Stellungnahmen und Wertungen, die Selbstständigkeit und Klarheit in Aufbau und Sprache, die Sicherheit im Umgang mit Fachsprache und -methoden sowie die Erfüllung standardsprachlicher Normen.¹²

	Erläuterung des Lösungsprozesses	Verwendung von Darstellungen/Hilfsmitteln	Sprachliche Kompetenz	Berechnungen/Lösungswege	Interpretation/Reflexion
I	<ul style="list-style-type: none"> detaillierte Planung der Aufgabenbearbeitung vollständige Erläuterung der Lösungsschritte 	<ul style="list-style-type: none"> übersichtliche Darstellung des Lösungsweges sinnvoller Einsatz verschiedener Darstellungsformen Hilfsmittel und GTR werden zielführend eingesetzt 	<ul style="list-style-type: none"> durchgängige Verwendung der Fachsprache korrekte Nutzung der Fachbegriffe 	<ul style="list-style-type: none"> durchgängig zielgerichtete ökonomische Berechnungen verstehensbasierte Reflexion des Lösungsweges 	<ul style="list-style-type: none"> durchgängig reflektierte verstehensbasierte Beschreibung der Darstellungen vollständige Interpretation der Lösungen
II	<ul style="list-style-type: none"> grundlegende Planung der Aufgabenbearbeitung teilweise Erläuterung der Lösungsschritte 	<ul style="list-style-type: none"> angemessene Darstellung des Lösungsweges Einsatz verschiedener Darstellungsformen Hilfsmittel und GTR werden eingesetzt 	<ul style="list-style-type: none"> angemessene Verwendung der Fachsprache korrekte Nutzung einzelner Fachbegriffe 	<ul style="list-style-type: none"> zielgerichtete Berechnungen Nennung von möglichen Lösungswegen 	<ul style="list-style-type: none"> im Wesentlichen reflektierte verstehensbasierte Beschreibung der Darstellungen angemessene Interpretation der Lösungen
III	<ul style="list-style-type: none"> ansatzweise Erläuterung der Aufgabenbearbeitung kaum Erläuterung der Lösungsschritte 	<ul style="list-style-type: none"> ansatzweise nachvollziehbare Darstellung des Lösungsweges kaum zielführender Einsatz von verschiedenen Darstellungsformen kaum Einsatz von Hilfsmitteln und GTR 	<ul style="list-style-type: none"> ansatzweise Verwendung der Fachsprache keine durchgängige Nutzung von Fachbegriffen 	<ul style="list-style-type: none"> ansatzweise korrekte Berechnungen mit Mängeln kein zielgerichteter Lösungsprozess 	<ul style="list-style-type: none"> ansatzweise verstehensbasierte Beschreibung der Darstellungen ansatzweise Interpretation der Lösungen
IV	<ul style="list-style-type: none"> kaum bzw. keine Erläuterungen zur Aufgabenbearbeitung keine Erläuterung der Lösungsschritte 	<ul style="list-style-type: none"> Darstellung des Lösungsweges kaum nachvollziehbar kein Einsatz von Hilfsmitteln und GTR 	<ul style="list-style-type: none"> kaum Verwendung der Fachsprache kaum Nutzung von Fachbegriffen 	<ul style="list-style-type: none"> fehlerhafte Berechnungen keine erkennbare Lösungsstrategie 	<ul style="list-style-type: none"> kaum verstehensbasierte Beschreibung der Darstellungen keine Interpretation der Lösungen

Abbildung 6: Kompetenzraster zur Bewertung einer mündlichen Prüfung¹³

¹² Vgl. Kernlehrplan für die Sekundarstufe II, Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik, MSW, 2014, S. 42.

¹³ Angelehnt an M. Römer (2018).

Die Spalten des Beobachtungs- und Bewertungsrasters bilden dementsprechend wesentliche Kompetenzbereiche ab, die in einer mündlichen Prüfung Relevanz haben. Die jeweiligen Kompetenzbereiche werden in den Stufen I bis IV mithilfe von Kriterien konkretisiert. Auf eine eindeutige Zuordnung zu Notenstufen wird bewusst verzichtet, da eine fachliche und pädagogische Beurteilung der jeweiligen Prüfungsleistung immer aus einer Vielzahl von Beobachtungen und Einschätzungen hervorgeht.

Im Kontext der vorliegenden Beispiele für mündliche Abiturprüfungen kann das Raster unterschiedliche Funktionen erfüllen. Es unterstützt zum einen die kriterienorientierte Beobachtung von Prüfungssimulationen, z. B. in Fachseminaren. Zum anderen kann das Raster auch zur Bewertung und Beurteilung der erbrachten Prüfungsleistung genutzt werden. Für Schülerinnen und Schüler schafft das Raster Transparenz bezüglich relevanter Kompetenzbereiche sowie Leistungsbeurteilungskriterien in der mündlichen Prüfung.

Das abgebildete Raster hat exemplarischen Charakter und muss der spezifischen Prüfungssituation angepasst werden.

2.2 Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf mündliche Prüfungen

Merkblatt für Schülerinnen und Schüler zum Prüfungsablauf

Die mündliche Abiturprüfung ist für die Schülerinnen und Schüler eine ungewohnte Prüfungssituation. Die Angst vor Unbekanntem und der dadurch evtl. auftretende Prüfungsstress kann das wahre Leistungsvermögen des Prüflings überlagern.

Umso wichtiger ist es, dass die Schülerinnen und Schüler über den Ablauf der Prüfung so transparent wie möglich bereits im Vorfeld informiert werden.

Die Simulation einer mündlichen Abiturprüfung ist ein bewährtes und sinnvolles Instrument die Angst vor dem Unbekannten zu reduzieren. Die wichtigen Informationen, Hinweise und Anmerkungen, die die Schülerinnen und Schüler auf diese Weise erhalten, werden in der Regel allerdings nicht verschriftlicht und können schnell in Vergessenheit geraten.

Im SINUS-Projekt ist deshalb ein Merkblatt¹⁴ entstanden, das alle wesentlichen Informationen zum Ablauf rund um die mündliche Abiturprüfung sowie Tipps zum Verhalten in der Prüfung (Vortrag und Prüfungsgespräch) enthält. Es steht als Word-Dokument zum Herunterladen auf den Projektseiten¹⁵ bereit und kann so ebenfalls an die Gegebenheiten der jeweiligen Schule angepasst werden.

Aufbau von vernetztem Denken

Im Kernlehrplan NRW wird für die mündliche Abiturprüfung explizit gefordert, dass größere fachliche und fachübergreifende Zusammenhänge Bestandteil des Prüfungsgesprächs sein sollen. Ein Unterricht, der dies ernst nimmt, kann nicht aus dem Abhaken einzelner Teilinhalte bestehen, sondern muss an vielen Stellen gerade diese größeren Zusammenhänge in den Blick nehmen und thematisieren.

¹⁴ Nach einer Idee von M. Haase, Viktoria-Gymnasium Essen.

¹⁵ www.sinus.nrw.de.

Im SINUS-Projekt sind zwei Möglichkeiten erprobt worden, die genau diese größeren Zusammenhänge in den Fokus rücken. In den folgenden Abschnitten werden diese beiden Möglichkeiten kurz dargestellt.

Concept Maps

Concept Maps sind eine gute Möglichkeit größere inhaltliche Zusammenhänge zu visualisieren. Das Wesentliche bei Concept Maps ist, dass die einzelnen Begriffe in Beziehung zueinander gesetzt werden. Ausgedrückt wird das durch Pfeile, die die einzelnen Beziehungen angeben und an denen eine Beschriftung die spezifische Art der Beziehung erläutert. Im Rahmen des SINUS-Projekts haben Schülerinnen und Schüler arbeitsteilig für unterschiedliche mathematische Teilgebiete solche Concept Maps erstellt. Abbildung 7 zeigt einen Ausschnitt einer erstellten Concept Map zum Thema Integralrechnung. Um gute Ergebnisse zu erhalten, sollte man für die Erstellung ca. drei Unterrichtsstunden á 45 Minuten einplanen. Dieses Zeitfenster ist erforderlich, um den Lernenden eine vertiefende, vernetzende und strukturierende Auseinandersetzung mit dem Themengebiet zu ermöglichen.

Die Schülerinnen und Schüler haben dabei zunächst die relevanten Fachbegriffe und Verfahren auf kleineren Karten beschrieben und ggf. auch mit einer Zeichnung ergänzt. Anschließend sind diese Karten auf einem großen Plakat fixiert und die Beziehungen untereinander mit beschrifteten Pfeilen deutlich gemacht worden. In der Phase der Erstellung dieser Concept Maps haben sich die Schülerinnen und Schüler aktiv mit den größeren fachlichen Zusammenhängen beschäftigt und diese ausgesprochen intensiv inhaltlich kommuniziert. Die Plakate wurden im Kursraum präsentiert und hielten so die Erinnerung an die Zusammenhänge wach.

Es zeigte sich, dass diese Plakate auch während der Vorbereitung in den letzten Wochen vor dem Abitur vonseiten der Schülerinnen und Schüler immer wieder genutzt wurden.

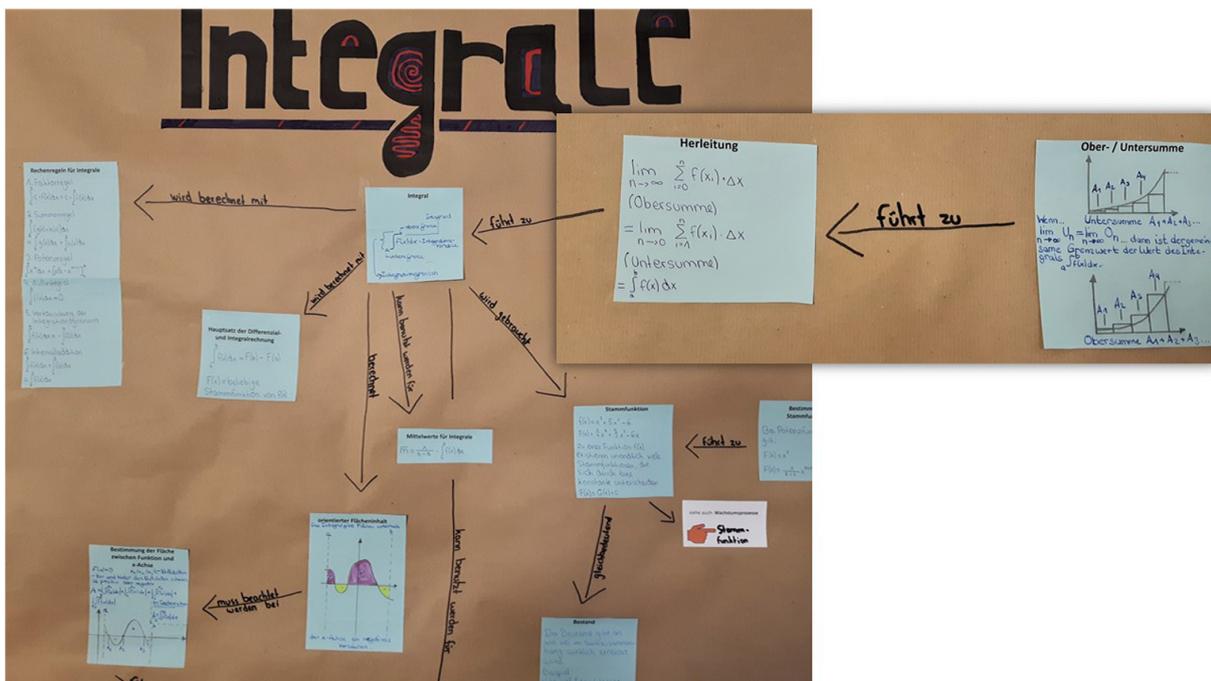


Abbildung 7: Beispiel einer Concept Map zur Integralrechnung (Ausschnitt mit Vergrößerung eines Teilausschnittes)

Eine Alternative zu der Erstellung solcher Concept Maps auf Plakaten ist die Erstellung ähnlicher Übersichten mithilfe digitaler Werkzeuge. Die kollaborative Pinnwand *padlet*¹⁶ bietet beispielsweise die Möglichkeit, solche Concept Maps online zu erstellen. Damit können die Schülerinnen und Schüler die Concept Maps auch jederzeit von ihrem digitalen Endgerät bearbeiten und einsehen.

Gemeinsames „Strukturlegen“

Das gemeinsame „Strukturlegen“ wird am Ende einer jeweiligen Unterrichtsreihe durchgeführt. Jede Schülerin und jeder Schüler erhält drei laminierte Karten¹⁷, auf denen Begriffe, Beziehungen, Verfahren und Überschriften zu finden sind, jeweils farbig unterschiedlich gedruckt.

Eine Schülerin bzw. ein Schüler macht den Anfang und heftet eine Karte an die Tafel. Nacheinander ergänzen die anderen Schülerinnen und Schüler das Tafelbild. Es darf jeweils immer nur eine weitere Karte an die Tafel geheftet werden. Bedingung ist, dass immer erläutert werden muss, warum die Karte genau an dieser Stelle auf die Tafel geheftet wird. Auch Umgruppierungen sind zulässig, wenn die jeweilige Begründung im Kurs nachvollziehbar ist. Im gesamten Arbeitsprozess entsteht eine intensive fachliche Diskussion über die Zusammenhänge innerhalb des Inhaltsfeldes, in die sämtliche Schülerinnen und Schüler eingebunden sind.

Das Tafelbild (siehe Abbildung 8) wird anschließend abfotografiert und dem Kurs auf der schuleigenen Lernplattform zur Verfügung gestellt.

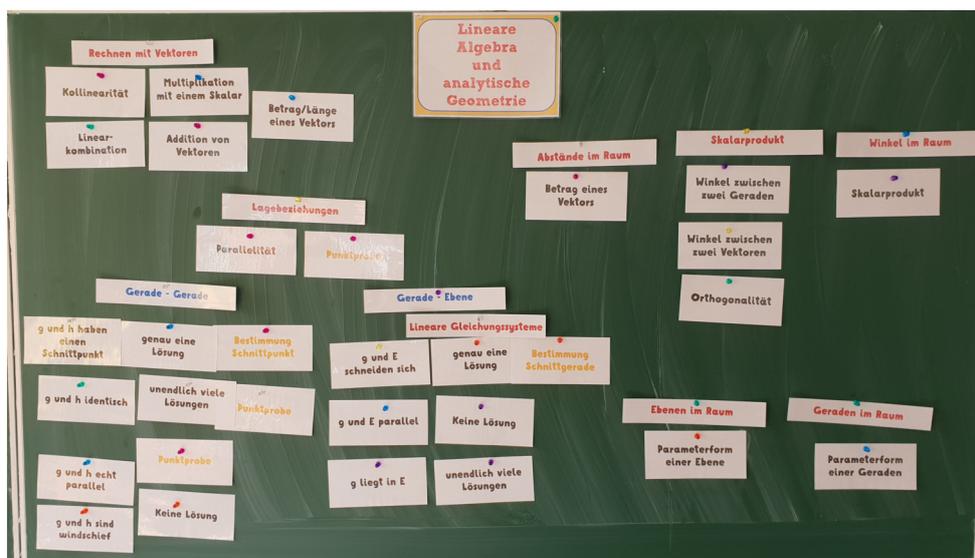


Abbildung 8: Beispiel eines gemeinsamen „Strukturlegens“ an der Tafel

Wachhalten mathematischer Kompetenzen (Kopfübungen)

Wie zu Beginn dieses Kapitels bereits dargestellt, kommt der Kommunikationskompetenz in mündlichen Abiturprüfungen eine zentrale Bedeutung zu. Die Nutzung von Fachsprache auf der einen Seite sowie die Fähigkeit begründet Stellung zu beziehen auf der anderen Seite sind wesentliche Kompetenzaspekte, die für die Bewertung der Prüfung eine entscheidende Rolle spielen. Umso wichtiger ist es, dass diese im vorbereitenden Unterricht auch immer wieder mithilfe von geeigneten Aufgaben eingeübt werden.

¹⁶ <https://de.padlet.com/> Die Basisversion mit drei Pinnwänden ist nach Anmeldung kostenfrei.

¹⁷ Die Anzahl der Karten ist abhängig von der Anzahl der Begriffe und der jeweiligen Kursgröße.

Folgende Aufgabentypen sind diesbezüglich ausgesprochen hilfreich:

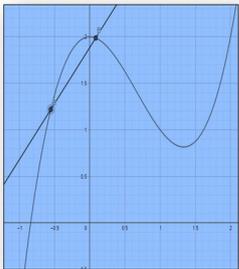
- Begründetes Zuordnen von Begriffen, Grafiken und mathematischen Objekten
- Schlüssiges Argumentieren zur Bestätigung bzw. Widerlegung von mathematischen Aussagen
- Fachsprachlich und inhaltlich richtiges Beschreiben von Lösungsverfahren

In vielen Mathematikbüchern für die gymnasiale Oberstufe findet man etliche Aufgaben, die diesen Aufgabentypen zugeordnet und für diesen Zweck nutzbar gemacht werden können.

Im SINUS-Projekt sind für alle drei Inhaltsfelder einige solcher Aufgaben exemplarisch in Form von PowerPoint-Dateien (siehe Abbildung 9, Abbildung 10, Abbildung 11) erstellt worden. Die Lösungen zu diesen Aufgaben können durch „Klicken“ nach und nach sichtbar gemacht werden. Durch die für alle im Kurs sichtbare Projektion der Aufgaben gelingt es, den Fokus der Schülerinnen und Schüler auf den mathematischen Inhalt zu lenken. Das gemeinsame Lösen der Aufgaben unterstützt den beabsichtigten Kompetenzaufbau in den Bereichen „Kommunizieren“ und „Argumentieren“.

Ein bis zwei solcher Aufgaben können in den ersten 5 bis 10 Minuten z. B. einer Unterrichtseinheit gelöst werden. Im Sinne eines wiederholenden Lernens können diese Aufgaben in größeren Zeitabständen mehrmals innerhalb eines Kurses genutzt werden, auch und gerade dann, wenn aktuell im Unterricht ein anderes Inhaltsfeld behandelt wird.

Die vorliegenden Kärtchen lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Sortieren Sie.



$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

momentane
Änderungsrate

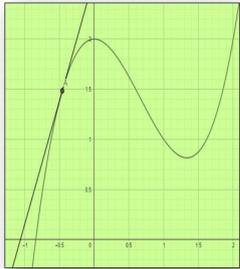
$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Sekantensteigung

$$f'(x)$$

durchschnittliche
Änderungsrate

Tangentensteigung



Analysis

Abbildung 9: Beispiel für eine Kopfübung zum Inhaltsfeld Analysis

Geben Sie aufgrund der folgenden Informationen zu den Geraden g und h an, wie die beiden Geraden zueinander liegen.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}_h = \vec{x}_g \xrightarrow{GTR} \text{„Keine Lösung gefunden.“}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,25 \\ 0,5 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Richtungsvektoren sind nicht kollinear.

Ohne Schnittpunkt sind die Geraden entweder parallel oder windschief zueinander.

analytische Geometrie

Abbildung 10: Beispiel für eine Kopfübung zum Inhaltsfeld analytische Geometrie

Ist der Zufallsversuch eine Bernoullikette?

Eine Heftzwecke wird 500 Mal geworfen. Es wird gezählt, wie oft sie auf dem Kopf landet. ✓

Die SV einer Schule befragt alle Lernenden, ob das Angebot der Mensa gut oder schlecht ist. Es wird gezählt, wie viele Lernende das Angebot gut finden. ✓

Aus einer BINGO-Trommel mit 75 Zahlen werden nacheinander Zahlen ohne Zurücklegen gezogen. Es wird gezählt, wie oft eine gerade Zahl gezogen wird. ✗

Aus einem Skatspiel wird eine Karte gezogen, die anschließend wieder zurückgelegt wird. Es wird gezählt, wie viele Herz-Karten gezogen wurden. ✓

Ein gezinkter Würfel wird 50 Mal geworfen. Es wird gezählt, wie oft eine 1 gewürfelt wird. ✓

Mit einem speziellen Würfel mit den Augenzahlen von 1 bis 8 wird 50 Mal gewürfelt. Es wird die Augenzahl gezählt. ✗

Die Wahrscheinlichkeit für eine gerade Zahl ändert sich mit jeder Ziehung.

Es gibt mehr als zwei Ergebnisse.

Stochastik

Abbildung 11: Beispiel für eine Kopfübung zum Inhaltsfeld Stochastik

Literatur

Brinkmann, A. & Borys, T. (2016). *Maps im Mathematikunterricht erfolgreich einsetzen. Vortrag auf der 9. Tagung des Arbeitskreises „Vernetzungen im Mathematikunterricht“ am 22. April 2016 an der Universität Hildesheim.* Verfügbar unter https://math-edu.de/Vernetzungen/Tagungen/2016_Folien_Maps_Lehrer-Fortbildung_Brinkmann_Borys.pdf [16.01.2020].

Bruder, R. (2008). Üben mit Konzept. *mathematik lehren*, 147, 4–11.

Bruder, R. (2008). Wider das Vergessen. *mathematik lehren*, 147, 12–14.

- Dreibholz, S., Hoffert, U., Büchter, A. (2018). Unterrichtskonzepte für die gymnasiale Oberstufe – Erprobte Ideen zur Umsetzung des Mathematiklehrplans in Nordrhein-Westfalen. In G. Trendel & J. Roß (Hrsg.), *SINUS.NRW: Verständnis fördern – Lernprozesse gestalten, Mathematik und Naturwissenschaften weiterdenken* (S. 59 – 79). Münster. Verfügbar unter https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idcat=3525&idart=11947 [26.08.2020].
- Knogler, M. & Schneeweiss, A. (2019). *Mit Concept Maps ein tieferes Verständnis von Unterrichtsinhalten fördern*. Verfügbar unter <https://mint-zirkel.de/2019/08/concept-maps/> [16.01.2020].
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSB) (2020). *BASS 2020/2021 – 13-32 Nr. 3.1. und 3.2 Verordnung über den Bildungsgang und die Abiturprüfung in der gymnasialen Oberstufe (APO-GOST) mit Verwaltungsvorschriften zur Verordnung über den Bildungsgang und die Abiturprüfung in der gymnasialen Oberstufe (VVzAPO-GOST)*. Verfügbar unter <https://bass.schul-welt.de/9607.htm> [16.09.2020].
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSW) (2014). *Kernlehrplan für die Sekundarstufe II Gymnasium, Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen. Mathematik* (Die Schule in NRW, Bd. 4720, 1. Aufl.). Düsseldorf.
- Römer, M. (2018). *Mündliche Prüfungen Mathematik – Klasse 7–10: Von der Vorbereitung bis zur Bewertung: Leitfaden und Material für 10 Leistungskontrollen*. Hamburg: AOL-Verlag i. d. AAP LFV.
- Streit, C., Holzäpfel, L., Leuders, T. & Barzel, B. (2017). *Mathematik unterrichten: Planen, durchführen, reflektieren*. Berlin: Cornelsen Vlg Scriptor, 151–152.
- Wolff, A. (2015). *Aspekte zum kompetenten Arbeiten mit Concept Maps im Mathematikunterricht. Vortrag auf der GDM, Februar 2015*. Verfügbar unter https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/34817/1/BzMU15_Wolff_ConceptMaps.pdf [16.01.2020].

Projektgruppe

Set-Mitglieder

Cornelia Nicksch, Sophie-Scholl-Gesamtschule, Remscheid
Olaf Noll, Sophie-Scholl-Gesamtschule, Remscheid
Jens Dahmen, Leibnitz-Gymnasium, Dortmund
Nils Hammelrath, Gesamtschule Meiderich, Duisburg
Melanie Jankord, Comenius Gymnasium, Datteln
Klaus Busse, Gesamtschule Weierheide, Oberhausen
Ingo Koschinski, Gesamtschule Greven, Greven
Dr. Kay Nüßler, Gesamtschule Holsterhausen, Essen

Projektkoordination

Susann Dreibholz, ZfsL Solingen
Ulrich Hoffert, Gesamtschule Holsterhausen, Essen

Wissenschaftliche Begleitung

Prof. Dr. Andreas Büchter, Universität Duisburg-Essen