Dirk Bresinsky, Jeanette Fuhrmann, Klara Kolcov und Annett Veit

Alltag in Grundkursen in der SI? – Kompetenzerwerb im Fach Mathematik für leistungsschwache Schülerinnen und Schüler

Ein Blick auf die Ergebnisse der Zentralen Prüfungen 10 im Fach Mathematik auf dem Niveau des Hauptschulabschlusses (HSA) (Qualitäts- und Unterstützungsagentur – Landesinstitut für Schule NRW, 2015) wirft die Frage auf, wie es in der Schule bzw. im Unterricht gelingen kann, gerade leistungsschwache Schülerinnen und Schüler zu motivieren, mathematische Grundvorstellungen auf- und auszubauen und Basiskompetenzen zu entwickeln. Der Anteil der nicht ausreichenden Prüfungsleistungen ist über Jahre zu groß und kann von den Lehrkräften nicht akzeptiert werden. Auffallend bei einer genaueren Analyse ist, dass bereits der erste Prüfungsteil, in dem Basiskompetenzen in Form von direkt zugänglichen kleineren Aufgaben gestellt werden, nur zur Hälfte von den Prüflingen ausgeschöpft wird. Mathematische Grundvorstellungen sind häufig nicht aufgebaut worden und Basiskompetenzen können z. T. nicht ausreichend nachgewiesen werden (Roß, 2015; Roß & Besuch, 2016).

Bereits zwei Jahre vor dem Abschluss wird durch die Lernstanderhebung 8 diagnostiziert, welche Kompetenzen bei den Schülerinnen und Schülern zum Testzeitpunkt in der Klasse gut entwickelt sind und welche Kompetenzen noch gestärkt werden sollten. Den Lehrkräften werden damit wichtige Hinweise für die weitere Unterrichtsarbeit gegeben („Blick von außen"). Die landesweiten Ergebnisse zum Lernstand 8 weisen aber ebenfalls darauf hin, dass vier von zehn Schülerinnen und Schülern in den Grundkursen der Hauptschulen und Gesamtschulen den Mindeststandard für den Hauptschulabschluss (HSA Kompetenzniveau 1B: Blum, Roppelt & Müller, 2012) nicht erreichen (MSW, 2016).

Grundvorstellungen

Das Ziel dieses Projektes liegt darin, einen langfristigen, nachhaltigen und verständnisorientierten Aufbau von Grundvorstellungen insbesondere in den letzten beiden Schuljahren zu unterstützen. Der Umgang mit leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern ist vielfältig und umfangreich und stellt Lehrkräfte im Schulalltag vor unterschiedliche Probleme. Bei der Materialentwicklung standen folgende Aspekte im Vordergrund:

- Aufbau von Grundvorstellungen und Vermittlung von Basiskompetenzen
- Motivation der Schülerinnen und Schüler durch lebensnahe Kontexte unter Berücksichtigung der individuellen Lernvoraussetzungen

1. Projektbeschreibung und Zielsetzung

Vorüberlegung im Projekt

Basiskompetenzen

Im Projekt wurden Grundbausteine für den Unterricht erstellt, bei denen die Entwicklung und Festigung der Grundvorstellungen und der Basiskompetenzen im Fokus stehen. Die beiden Bausteine „Grundvorstellungen" und „Basiskompetenzen" sind eng miteinander verknüpft, denn ohne Grundvorstellungen fehlen den Schülerinnen und Schülern Basiskompetenzen. Doch welches Basisniveau müssen gerade leistungsschwache Schülerinnen und Schüler erreichen? Aussagekräftig ist die folgende Definition:

> *Basiskompetenzen sind „mathematische Kompetenzen, über die alle Schülerinnen und Schüler aller Bildungsgänge am Ende der allgemeinen Schulpflicht mindestens und dauerhaft verfügen müssen. Sie sind Voraussetzungen für eine eigenständige Bewältigung von Alltagssituationen und aktive Teilhabe als mündige Bürgerinnen und Bürger am gesellschaftlichen und kulturellen Leben. Sie sind ebenso Voraussetzungen für einen Erfolg versprechenden Beginn einer Berufsausbildung und die Ausübung beruflicher Tätigkeiten."* (Drueke-Noe et al., 2011, S. 8)

Motivation

Mit Blick auf die Unterrichtsrealität und den Alltag in Grundkursen an Haupt- und Gesamtschulen zeigen sich jedoch neben den fehlenden Basiskompetenzen und Grundvorstellungen weitere Schwierigkeiten. Gerade den leistungsschwachen Lernenden fehlt es an Erfolgserlebnissen und Motivation. Demgegenüber stehen die Lehrkräfte mit ihrer Unsicherheit im Umgang mit schwachen und stark heterogenen Lerngruppen. Welche Grundvorstellungen fehlen den Schülerinnen und Schülern, um Basiskompetenzen zu erreichen? Welche Inhalte des Kernlehrplans sind in diesem Zusammenhang von besonderer Bedeutung? Wie kann eine kognitive Aktivierung bei den Schülerinnen und Schülern stattfinden? Gibt es eine Möglichkeit, Lernenden Erfolgserlebnisse zu bieten, deren Wissen zu aktivieren, vernetzt anzuwenden und zugleich vielfältige mathematische Strategien zu festigen?

Auf Grundlage dieser Fragen entstanden Ideen für die Entwicklung geeigneter Materialen für leistungsschwache Schülerinnen und Schüler. Diese wurden erprobt und im Rahmen des gemeinsamen Austauschs im Projekt kritisch ausgewertet.

Schwerpunkte des Projektes

In diesem SINUS-Projekt wurden mit Blick auf die Unterrichtsrealität Maßnahmen und Materialien zur Unterrichtsentwicklung konzipiert und erprobt, die geeignet sind, leistungsschwache Schülerinnen und Schüler im Regelunterricht aktiv am Unterricht zu beteiligen. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler motiviert und ihnen Erfolgschancen angeboten werden. Weiter sollen Grundvorstellungen aktiviert und gefestigt werden, immer mit dem Blick auf die Basisinhalte der Lehrpläne. So entstanden innerhalb des Projektes vier Schwerpunkte:

1) Schülerinnen und Schüler für den Mathematikunterricht mit realen, schülernahen Kontexten zu motivieren,
2) Lerngelegenheiten zu schaffen für das Wachhalten von mathematischem Grundwissen durch regelmäßige Kopfübungen,

3) Grundvorstellungen zu aktivieren und auszubauen am Beispiel der Volumenberechnung,
4) eine Formelsammlung für den Grundkurs Mathematik (auf dem Anforderungsniveau HSA) zu konzipieren und zu erproben.

Alle entstandenen Materialien sind mit besonderem Blick auf die leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler in Grundkursen in dem Doppeljahrgang 9/10 konzipiert worden. Der Blick richtet sich nicht auf die verschiedenen Begebenheiten einzelner Schulen, sondern richtet sich dahin, wo die Lernenden in ihren jeweiligen Lernprozessen stehen. Diese Voraussetzungen werden als Ist-Bestand genutzt, um von dort den weiteren Lernweg gemeinsam mit ihnen zu gestalten.

Bei Kopfrechenübungen (vgl. S. 40f.) soll beispielsweise mit leichten Aufgaben begonnen werden, damit die Lernenden Erfolgserlebnisse erfahren und durch die Beschreibung ihrer Lösungsstrategien Wissensbausteine erweitern und festigen können.

Um Grundvorstellungen zu aktivieren und auszubauen, sollen auch haptische Erfahrungen in den Vordergrund rücken und mit Verbalisierungen verknüpft werden. Die Schülerinnen und Schüler gelangen z. B. über das Abzählen und das Auslegen von Reihen und Schichten selbstständig zur Grundvorstellung von der Volumenberechnung (vgl. S. 44f.) und dadurch zu den Basiskompetenzen der Leitidee 2 „*Messen*“ (KMK, 2004).

Da für die Kompetenzentwicklung viel Zeit eingeplant werden muss, wird die Entwicklung von Konzepten und Materialien dabei gemäß Kernlehrplan auf zentrale kognitive Prozesse sowie die mit ihnen verbundenen Gegenstände, die für den weiteren Bildungsweg unverzichtbar sind, beschränkt. Die Grundlage bilden die Kernlehrpläne Mathematik für die Gesamtschule (MSJK, 2004) und Hauptschule (MSW, 2011).

2. Exemplarische Dokumentation von Materialien

Was kostet das Leben? – Lebensnahe Kontexte motivieren

Während des Projektes kam immer wieder das Thema auf, wie schwierig es doch sei, gerade leistungsschwache Schülerinnen und Schüler in den Jahrgängen 9 und 10 für den Mathematikunterricht zu motivieren. Parallel zu unserer Diskussion kursierte ein Post[1] in den sozialen Netzwerken, der eine Debatte in den Medien zur Folge hatte, welche das Schulsystem anprangerte. Eine 17-jährige Schülerin schrieb: „Ich bin fast 18 und hab keine Ahnung von Steuern, Miete oder Versicherungen. Aber ich kann ’ne Gedichtanalyse schreiben. In 4 Sprachen“[2].

lebensrelevante Themen

So entwickelte sich die Idee, eine Unterrichtsreihe für die Jahrgangsstufe 10 zu konzipieren, welche mathematische Inhalte mit lebensrelevanten und für die Schülerinnen und Schüler bedeutsamen Themen verknüpft. Mit diesen mathematischen Inhalten sollen die Schülerinnen und Schüler auf die zentralen Prüfungen 10 vorbereitet und ihnen zugleich Grundlagen für das Leben mit auf den Weg gegeben werden.

---

1 Post: Veröffentlichung eines Beitrages in sozialen Netzwerken.
2 Vgl.: http://www.focus.de/familie/schule/schuelerin-prangert-schulsystem-an-allgemeinbildung-fehlanzeige-aber-ich-kann-ne-gedichtsanalyse-in-4-sprachen_id_4398825.html [Stand: 25.05.2017].

Gerade leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern ist im Schulalltag nicht bewusst, wo sich im täglichen Leben überall Mathematik versteckt. Kommentare von Seiten der Lernenden wie „Wofür brauche ich das?" oder „Mathe brauche ich für meinen Beruf sowieso nicht" haben schon alle Lehrkräfte gehört. Wie können Lehrkräfte und das System Schule damit umgehen? Ist es nicht die Aufgabe von Schule (und des Mathematikunterrichtes), neben dem allgemeinen Bildungsauftrag auch Basiskompetenzen zu vermitteln, um die „*Voraussetzung für eine eigenständige Bewältigung von Alltagssituationen und die aktive Teilhabe als mündige Bürgerinnen und Bürger am gesellschaftlichen und kulturellen Leben*" (Drueke-Noe et al., 2011, S. 8) zu unterstützen? Sind sie „*nicht ebenso Voraussetzung für einen Erfolg versprechenden Beginn einer Berufsausbildung und die Ausübung beruflicher Tätigkeiten*"? (Drueke-Noe et al., 2011, S. 8) Wie kann man es schaffen, junge Menschen auf das Leben nach der Schule vorzubereiten, sie auf dem Weg in die Eigenständigkeit begleiten und sie befähigen, sich Informationen zu besorgen, diese einzuordnen und zu bewerten? Norbert Blüm brachte es auf den Punkt: „*Es kann doch nicht der Sinn von Bildung sein, dass jeder Einsteins Relativitäts-Theorie erklären, aber keiner mehr einen tropfenden Wasserhahn reparieren kann.*"[3]

aktive Teilhabe

Eine Verbindung zwischen dem Lehrplan voller Fachkompetenzerwartungen, den entsprechenden Leistungsüberprüfungen und den bevorstehenden Aufgaben im Alltag wird hergestellt. Der Fokus wird auf einzelne Bereiche des Lebensalltages gelegt. Dazu werden die verbindlichen Kontexte des Kernlehrplanes der Hauptschule (MSW, 2011) „Lebenshaltungskosten", „Grundrisse/Wohnflächen", „Kredite/Überschuldung", „Tarif- und Preisvergleiche" und „Verkehr" aufgegriffen. Die so entstandene Unterrichtsreihe „Was kostet das Leben" deckt die folgenden Bereiche ab:

Unterrichtsreihe

- „Haushaltsbuch – was habe ich, was brauche ich?"
- „Lohn und Gehalt – Wie viel bleibt mir?"
- „Die Bank – eine andere Sprache"
- „Der Führerschein und das eigene Auto"
- „Das Renovieren der neuen Wohnung"

Während der Entwicklung zeigte sich, wie diese Themen mit den mathematischen Inhalten verkettet sind. Teilgebiete wie die Prozentrechnung, die Gleichungslehre, die Flächen- und Volumenberechnung und das Darstellen und Auswerten von Daten sind mathematische Inhalte, welche im gesellschaftlichen Leben immer wieder zur Anwendung kommen. Die prozessbezogenen Kompetenzen „Argumentieren", „Problemlösen", „Modellieren", „Kommunizieren" und „Werkzeuge" werden durch die Beschäftigung mit konkreten Gegenständen weiterentwickelt. Die Schülerinnen und Schüler werden anhand eines fiktiven jugendlichen Paares motiviert, die Zeit nach dem Schulabschluss ins Auge zu fassen, und können fachspezifische Kompetenzen erwerben bzw. weiterentwickeln.

prozessbezogene Kompetenzen

Kommentierte Übersicht über „Was kostet das Leben"

Zu Beginn der Unterrichtsreihe dokumentieren die Schülerinnen und Schüler ihre täglichen Ausgaben. Anhand einer Tabelle notieren sie die Ausgaben für die Pausensnacks, Zeitschriften und andere Dinge eine Woche lang. Dieser Einstieg in die Unterrichtsreihe ist zum einen motivierend und dient zugleich der Sensibilisierung für das Thema „Umgang mit Geld und eigenen Ausgaben".

3 Vgl.: Norbert Blüm (*1935) Quelle: http://zitate.woxikon.de/bildung (13) [Stand: 24.05.2017].

Abbildung 1: Lisa und Justin

Nach der Vorstellung des fiktiven jugendlichen Paares Lisa und Justin (Abbildung 1) sowie ihren Zukunftswünschen dient die tabellarische Übersicht möglicher monatlicher Einnahmen und Ausgaben als erste Überprüfung des Vorwissens der Lerngruppe. **Vorwissen** In diesem ersten Kapitel „Haushaltsbuch – was habe ich, was brauche ich?“ werden durch realistische Werte die monatlichen Einnahmen und Ausgaben des Paares überprüft und die Schülerinnen und Schüler recherchieren nach möglichen Einsparungstipps (z. B. Wechsel des Telefonanbieters). Die mathematischen Kompetenzen wie das Verwenden des Tabellenkalkulationsprogrammes, die Prozentrechnung, das Ablesen von Daten sowie das Erstellen von Kreisdiagrammen werden mit Hilfe der ersten Arbeitsblätter vertiefend wiederholt. Ergänzend gibt es für die Schülerinnen und Schüler Tipp-Karten, um den Dreisatz und das Zeichnen von Winkeln aufzufrischen. Des Weiteren vervollständigen die Lernenden in diesem ersten Kapitel eine Telefonrechnung mit Brutto- und Nettobeträgen und berechnen anhand von Termen die Kosten verschiedener Telefonverbindungen. Die Bearbeitung der anschließenden, lückenhaften Stromrechnung (Abbildung 2) zeigt die Komplexität dieser Rechnungen. Hier werden mathematische Begriffe, Grundrechenaufgaben und die Prozentrechnung wiederholt. Der eigene Stromverbrauch wird in dem folgenden Arbeitsblatt thematisiert und reflektiert.

Herrn
Justin Schmidt
Licher Weg 10

65654 Echzell

kWh = Kilo-Watt-Stunde (Kilo = 1000)

Differenz = Unterschied

Gesamtpreis für kWh

Zähler-Nr.	Abrechnungszeitraum		Zählerstände in kWh		Zählerstands-differenz	Einzelpreis in € pro kWh	Gesamtpreis in €
	von	bis	alt	neu			
57816685	01.01.2014	31.12.2014	5484	10145	①	0,1569	②

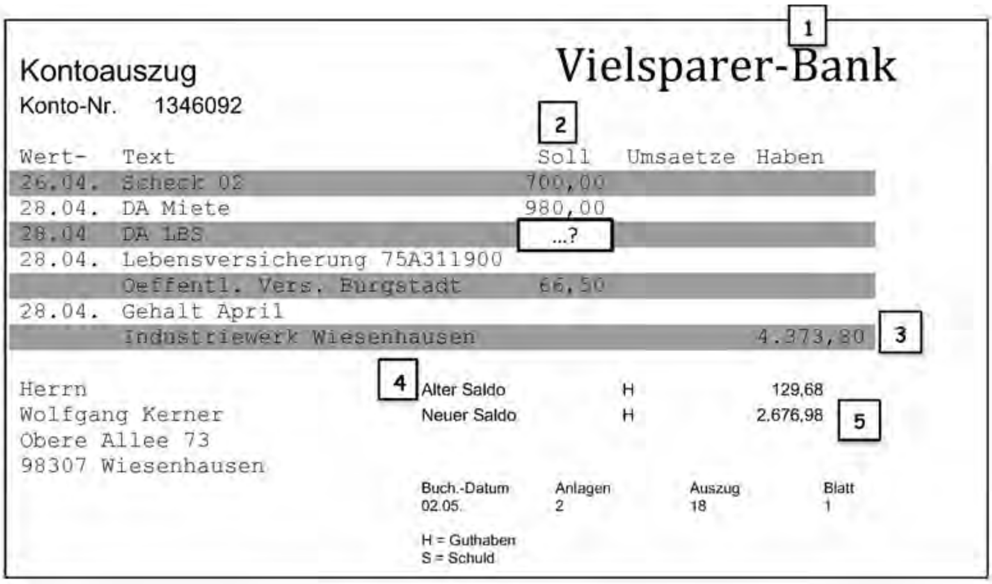
Stromsteuer (Cent/kWh)	Stromsteuer gesamt in €	Grundpreis/ Nettobetrag in €	Umsatzsteuer 19 % in €	Gesamtbetrag in €
2,05	③	④	⑤	⑥

Abbildung 2: Die Stromrechnung

Das zweite Kapitel „Lohn und Gehalt – Wie viel bleibt mir?“ thematisiert das monatliche Brutto- und Nettogehalt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten einen ersten Überblick über die Lohnkosten und die verschiedenen Steuerklassen. Sie müssen Informationen aus einem Text und einer tabellarischen Übersicht erschließen und Zusammenhänge herstellen. **Prozentrechnung** Die Prozentrechnung und das Arbeiten mit dem Tabellenkalkulationsprogramm stehen wieder im Vordergrund. Für weitere Ausbildungsberufe recherchieren die Schülerinnen und Schüler die Ausbildungsvergütung und berechnen die prozentualen Gehaltsunterschiede bezüglich der Ausbildungsjahre.

In dem Kapitel „Die Bank – eine andere Sprache“ werden zu Beginn Fachbegriffe aus dem Bankwesen thematisiert. Die Lernenden ordnen diese den Erklärungen zu, untersuchen verschiedene Kontostände, zeichnen Diagramme, lesen und interpretieren ein Diagramm. Das Lesen und das Ergänzen eines Kontoauszuges (Abbildung 3) sowie die Anwendung der Zinsrechnung sind Kompetenzbereiche, welche in diesem Kapitel gefestigt werden (Kernlehrplan für die Gesamtschule Mathematik – Sekundarstufe I, MSJK, 2004). Die Schülerinnen und Schüler berechnen Jahres- bzw. Monatszinsen und Überziehungszinsen und erstellen einen Kreditplan mit dem Tabellenkalkulationsprogramm. Damit wird der prozessbezogene Kompetenzbereich „Werkzeuge nutzen“ und der inhaltsbezogene Kompetenzbereich „Funktionen“ im Rahmen der Zinsrechnung wiederholt und gefestigt.

Werkzeuge nutzen


Kontoauszug
Konto-Nr. 1346092
Vielsparer-Bank

Wert-	Text	Soll	Umsaetze	Haben
26.04.	Scheck 02	700,00		
28.04.	DA Miete	980,00		
28.04	DA LBS	...?		
28.04.	Lebensversicherung 75A311900			
	Oeffentl. Vers. Burgstadt	66,50		
28.04.	Gehalt April			
	Industriewerk Wiesenhausen			4.373,80

Herrn
Wolfgang Kerner
Obere Allee 73
98307 Wiesenhausen

Alter Saldo	H	129,68
Neuer Saldo	H	2.676,98

Buch.-Datum	Anlagen	Auszug	Blatt
02.05.	2	18	1

H = Guthaben
S = Schuld

Abbildung 3: Der Kontoauszug

Im Abschnitt: „Der Führerschein und das eigene Auto“ geht es um die Kosten eines Führerscheins in Verbindung mit dem Vergleichen zweier Anbieter (Abbildung 4) sowie um die Unterhaltungskosten eines eigenen Autos. Hier werden die jährlichen Kosten mit einer Tabellenkalkulation berechnet und anhand von Graphen wird der Wertverlust eines Autos interpretiert.

In dem letzten Kapitel: „Das Renovieren der neuen Wohnung“ lesen die Schülerinnen und Schüler Wohnungsanzeigen mit den verschiedenen Abkürzungen und erarbeiten, welche Renovierungskosten für eine Wohnung anfallen. Die Schülerinnen und Schüler berechnen die Inhalte der Wandflächen und den Umfang vom Grundriss, wenden das Dreisatzrechnen bei proportionalen Zuordnungen an und führen arithmetische Operationen im Sachkontext aus.

Sie recherchieren die entsprechenden Preise in Baumarktprospekten und auf Internetseiten und berechnen die benötigten Mengen an Tapeten und weiteren Malerutensilien. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen aus den Bereichen „Geometrie“, „Funktionen“ und „Arithmetik/Algebra“ werden so weiterentwickelt.

Justin und Lisa erkundigen sich bei unterschiedlichen Fahrschulen und möchten die möglichen Ausgaben berechnen, um ihren Führerschein zu machen.

Fahrschule: „Mit Sicherheit“

Grundbetrag	€	250,00 €
Fahrstunde	€	34,50 €
Landstraße	€	je 52,00 €
Autobahn	€	je 52,00 €
Nachtfahrt	€	je 52,00 €
Vorstellung zur Prüfung		
Theorie	€	35,00 €
Praxis	€	105,00 €

Gesamtkosten: ___________________

Fahrschule: „Flink, aber sicher!“

Grundbetrag	210,00 €
Fahrstunden	36,75 €
Landstraßen	37,50 €
Autobahnen	37,50 €
Nachtfahrt	37,50 €
Vorstellung zur Püfung	
Theoretische Prüfung	49,00 €
Praktische Prüfung (komplett)	99,00 €

Gesamtkosten: ___________________

Abbildung 4: Vergleich von zwei Fahrschulangeboten

Erfahrungsbericht und Fazit

Die Erprobung der Unterrichtsreihe „Was kostet das Leben?“ bestätigte nicht nur die oben zitierte Aussage einer Schülerin, sondern auch die vermuteten fehlenden Erfahrungen und Kenntnisse der Jugendlichen in diesem lebensnahen und für sie überaus relevanten Kontext. Lediglich auf rudimentäre Vorstellungen zu Lebenshaltungskosten, Steuern und Abgaben konnte aufgebaut werden, sodass viel Arbeit für die Vermittlung der erforderlichen Grundvorstellungen notwendig war. Gleichzeitig überzeugte uns die ausgesprochen hohe Motivation der Schülerinnen und Schüler während der gesamten Unterrichtsreihe:

hohe Motivation

Dass bereits durch liebgewonnene Angewohnheiten wie tägliches ausgiebiges Duschen nicht zu vernachlässigende Kosten anfallen, überraschte die Schülerinnen und Schüler ebenso wie die Höhe der zu leistenden Abgaben und Steuern in den jeweiligen geplanten Ausbildungen und Berufen. Die im Kernlehrplan für die Hauptschule verankerten verbindlichen Kontexte (MSW, 2011) erleichterten somit die Wiederholung, Vertiefung und Systematisierung relevanter fachbezogener Kompetenzen. So gelang es, ausgehend von der Prozent- und Zinsrechnung durch das Aufstellen eines Finanzierungsplans für das fiktive junge Paar, exponentielles Wachstum an einem für Jugendliche relevanten Kontext zu thematisieren.

Vertiefung und Systematisierung

Positiv fiel auf, dass die Schülerinnen und Schüler anscheinend spielerisch mit der Vielfalt der Angebote umgehen können. So stellte z. B. der Vergleich von Gaspreisen keine besondere Herausforderung dar. Weitergehende Unterstützung benötigten die Schülerinnen und Schüler erst beim Erfassen der Zusammenhänge zwischen dem Kraftstoffverbrauch eines Autos und dem Preis pro Liter Kraftstoff, sodass über die geplanten Hilfestellungen hinaus eine systematische Vereinfachung der Rechnungen zum Erfolg führte.

An vielen Stellen zeigte sich auch, dass die Schülerinnen und Schüler meist sicher mit einer Tabellenkalkulation umgehen und auch eigene Kostenplanungen und -übersichten aufstellen, erfassen und weitgehend interpretieren können. Die Erprobung des Materials zeigte, dass sich eine Stärkung des Alltagsbezugs im Schulunterricht lernförderlich auswirken kann. Für Schülerinnen und Schüler relevante und bedeutsame Kontexte bieten eine gute Voraussetzung, mathematische

Alltagsbezug ist lernförderlich

Aktivierung von Grundwissen

Basiskompetenzen zu wiederholen und zu vertiefen. Rudimentäres Grundwissen zu Kosten konnte durch eine Abfrage am Kapitelanfang aktiviert werden. Von Seiten der Lerngruppe wurden viele interessante Fragen aufgeworfen, die wir als Lehrkräfte beantworten mussten. Die unterrichtende Lehrkraft hatte damit auch die Möglichkeit, ihre Schülerinnen und Schüler besser kennenzulernen und auf die individuellen Voraussetzungen einzugehen.

Alle Arbeitsblätter sind zum Herunterladen auf der Seite www.sinus.nrw.de bereitgestellt.

Kopfübungen – gegen das Vergessen von Grundaufgaben

Regelmäßiges Üben und Wiederholen von im Mathematikunterricht erarbeiteten Inhalten sind die Voraussetzung dafür, dass die erworbenen Kenntnisse und Fertigkeiten wachgehalten werden. Eine Möglichkeit dafür sind die Kopfübungen.

Kopfübungen[4] enthalten Grundaufgaben und deren Umkehrungen zu verschiedenen Unterrichtsinhalten sowie Begriffe und Verfahren, welche dauerhaft verfügbar sein sollten. Die im Kopf zu rechnenden Aufgaben beziehen sich nicht ausschließlich auf den aktuellen Unterrichtsinhalt und bieten somit eine wiederkehrende Lerngelegenheit. Sie haben Diagnosecharakter sowohl für Schülerinnen und Schüler als auch für die Lehrkraft. Die Ergebnisse sollten wertungsfrei, d. h. ohne Benotung bleiben, um den Charakter der eigenen Verantwortung für das Lernen zu betonen.

Verantwortung für das Lernen

Die gemischten Kopfübungen werden in diesem Sinn als Lerngelegenheit für das Wachhalten von mathematischen Grundlagen verstanden (Bruder, 2008, S. 5). Diese regelmäßigen Wiederholungen können insbesondere leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler im reformpädagogischen Sinn da abholen, wo sie stehen. Einerseits sollen sie eine Kompetenzerweiterung erzielen und andererseits bereits nach einem kurzen Zeitraum Lernerfolge erkennbar machen.

Durch geschicktes Kombinieren von aktuellen mit zeitlich zurückliegenden Inhalten entstehen Lernchancen für ein vertieftes Verständnis. Damit kann dieses Übungsformat in höhere Jahrgänge übertragen werden.

Bei dem Übertragen auf die höheren Jahrgangsstufen standen folgende Leitfragen im Fokus:

- Können (schon verstandenes) Grundwissen und erlangte Basiskompetenzen durch die regelmäßigen Kopfübungen wachgehalten werden und kann damit nachhaltiges Lernen erzielt werden?
- Kann es gelingen, gerade lernschwache Schülerinnen und Schüler zu motivieren und ihnen Erfolgserlebnisse zu bieten?

Empfehlung zur Umsetzung im Unterricht

Zeitbedarf

Die hier vorgestellten Kopfübungen beinhalten jeweils zehn Aufgaben aus verschiedenen Bereichen der Mathematik und werden einmal wöchentlich zu Beginn des Mathematikunterrichts eingesetzt. Die Bearbeitungszeit liegt bei zehn bis fünfzehn Minuten. Beim ersten Einsatz ist ein erhöhter Zeitbedarf einzuplanen, da die Schülerinnen und Schüler sich an dieses Übungsformat gewöhnen müssen. Die Anzahl der Aufgaben sowie die wöchentliche Durchführung sind variabel. Während der Erprobung an den Schulen wurde von einigen Lehrkräften dieses Übungsformat zusätzlich in den unteren Jahrgängen mit einer geringeren Anzahl von Aufgaben übernommen und in jeder Mathematikstunde als „Warm-up“ eingesetzt.

---

4 Vgl.: Regina Bruder: https://wwwdid.mathematik.tu-darmstadt.de/moodle/file.php/5/FAQ/Vermischte_ Kopfuebungen_1_.pdf [Stand: 26.05.2017].

Datum Thema				Richtige pro Zeile
Addition			…	
Subtraktion			…	
Multiplikation			…	
Division			…	
Textaufgaben			…	
Flächeninhalt u. Umfang			…	
Prozentrechnung			…	
Terme u. Gleichungen			…	
Satz des Pythagoras			…	
Diverses (Begriffe,…)			…	
Anzahl richtiger Lösungen :				

Abbildung 5: Übersicht zur Selbsteinschätzung

Lösungsstrategien aufgreifen

Die Aufgaben werden entweder von der Lehrkraft vorgelesen oder den Schülerinnen und Schülern mit Overhead-Folie präsentiert bzw. an die Tafel geschrieben. Nach der Bearbeitung werden Ergebnisse und Lösungswege verglichen und von den Schülerinnen und Schülern ausgewertet. Mit Blick auf die Lerngruppe hat die Lehrkraft bei der Ergebnissicherung die Möglichkeit, Aufgaben tiefergehend zu besprechen und die Lösungsstrategien der Schülerinnen und Schüler zu thematisieren. Die Lehrkraft kann die Fehler der Lernenden nachvollziehen, aber auch gute Lösungsansätze aufgreifen. Die Chance der Fokussierung auf die Erklärung des Lösungsweges unterstreicht den Diagnosecharakter der Kopfübungen. Wenn Lernende ihre Lösungsstrategie versprachlichen und erklären können, kann die Lehrkraft von einem mathematischen Verständnis ausgehen und ggf. den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben erhöhen.

Übersicht zur Selbsteinschätzung

Alle Schülerinnen und Schüler erhalten mit der ersten Kopfübung ein Übersichtsblatt für einen Zeitraum von sechs Wochen, auf dem sie nur ihre Lösung eintragen (vgl. Abbildung 5). Dieses Übersichtsblatt sollte in Schülerhand verbleiben, bis dieser Zeitraum vorüber ist. Die letzte Spalte verrät am Ende des Zeitraums, welche Aufgabenbereiche von der/dem Lernenden schon beherrscht werden. Somit erschließen sich Förderschwerpunkte für die weitere Kompetenzentwicklung.

Themenblöcke

Die Inhalte der Kopfübungen sind in vier Themenblöcke unterteilt. Der erste Themenblock beinhaltet Aufgaben zu den vier Grundrechenarten sowie eine Textaufgabe. Dabei greifen die Aufgaben auf unterschiedlichste Art die zugrunde liegenden Grundvorstellungen auf. Anschließend werden Aufgaben zu Inhalten der vorangegangenen Unterrichtsreihe und des aktuellen Unterrichts aufgegriffen. Als Abschluss wird die Kenntnis von Fachbegriffen aus allen Inhaltsbereichen der Mathematik abgefragt.

Diese Regelmäßigkeit und Beständigkeit der Kopfübungen über einen längeren Zeitraum, idealerweise über ein ganzes Schuljahr, gibt den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, ihre Lernfortschritte zu erkennen. Durch den tabellarischen Aufbau des Übungsblattes und der wiederkehrenden Aufgabenformate erhalten die Schülerinnen und Schüler schnell einen Überblick, in welchen Bereichen sie sich mit der Zeit verbessert haben oder ihr Kenntnisstand gleichgeblieben ist.

Kommentierte Übersicht der Materialien

Es wurden viele Kopfübungen in Grundkursen an Haupt- und Gesamtschulen erprobt. Diese Materialien sind auf der Projektseite zu finden[5]. Insgesamt wurden acht Kopfübungsbögen erstellt. Jeder Bogen enthält Aufgaben für sechs Wochen bzw. Übungseinheiten. Für die Doppeljahrgangsstufe 9/10 wurden drei Bögen für den Einstieg und zwei Bögen für die Weiterarbeit erstellt. Für die Jahrgangsstufe 8 wurden drei Bögen erstellt. Der Blanko-Bogen für die Schülerinnen und Schüler kann auch als editierbare Word-Datei heruntergeladen werden, um so weitere Bögen für die eigene Weiterarbeit zu erstellen. Zusätzlich ist dort ein Fragebogen zur Evaluation in der Klasse / im Kurs bereitgestellt.

Evaluation

Die Kernfrage zur Evaluation bestand darin, inwieweit die Kopfübungen gerade von leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern in den Jahrgängen 9 und 10 angenommen wurden und wie ausgeprägt der Lernerfolg war. Das Übungs- und Diagnoseformat wurde in Grundkursen der Haupt- und Gesamtschule erprobt. Anhand eines Fragebogens wurden die Meinungen der Lernenden zu den Kopfübungen erfasst (Abbildung 6 und 7).

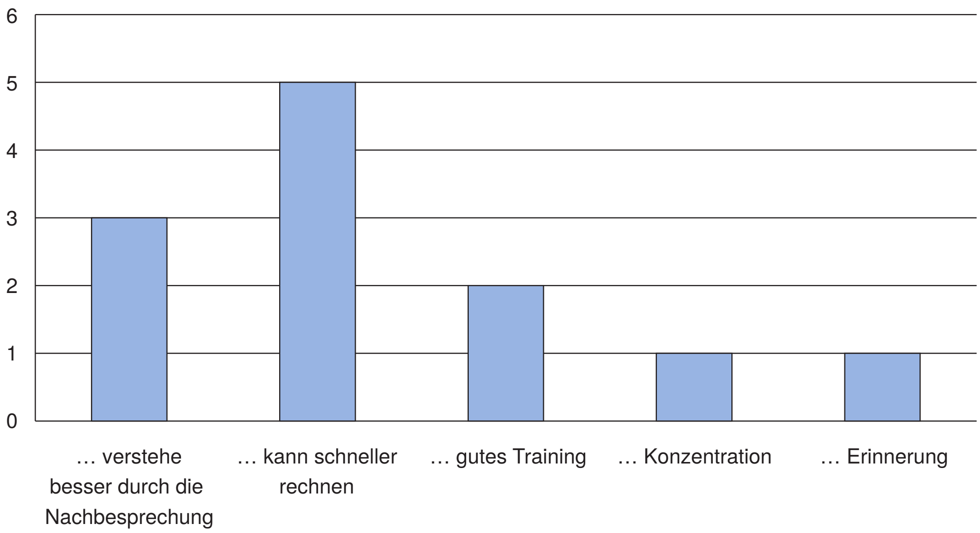


Abbildung 6: Auswertung: „Was haben dir die Kopfübungen gebracht?“

5 Vgl.: https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front_content.php?idart=7915.

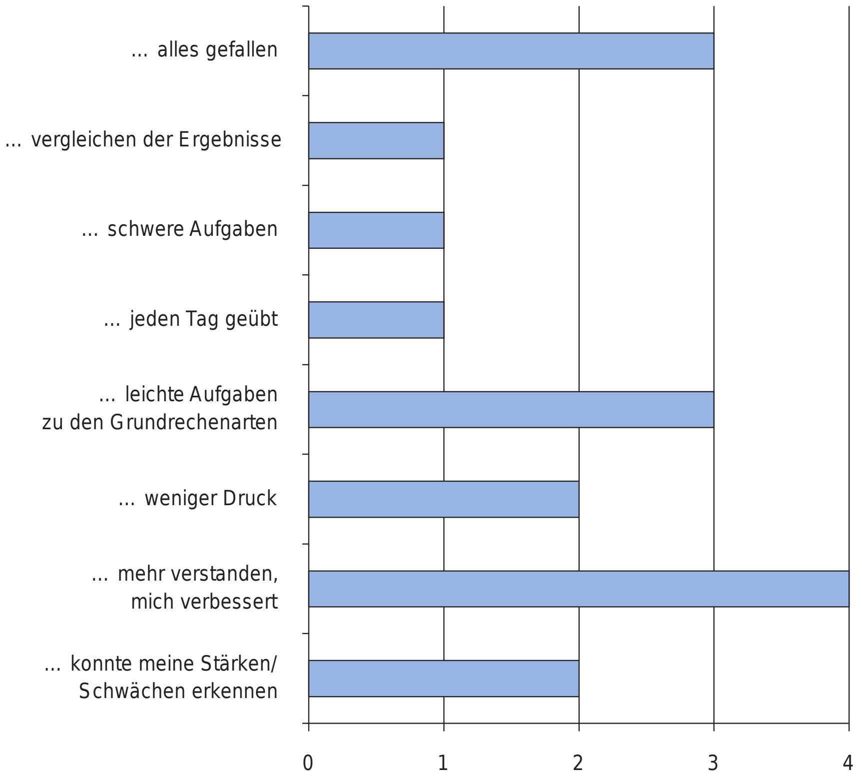


Abbildung 7: Auswertung der „offenen" Frage

In einem Grundkurs des 9. Jahrgangs einer Hauptschule fand ein Großteil der Schülergruppe die Kopfübungen gut und hilfreich. In der Kategorie: „Was haben dir die Kopfübungen gebracht?" (vgl. Abbildung 6) zeigte sich, dass durch die Kopfübungen die Schülerinnen und Schüler der Meinung waren, schneller rechnen zu können. Des Weiteren wurden die Kopfübungen von den Lernenden mehrfach pro Woche bzw. in jeder Mathematikstunde gewünscht. Die Schülerinnen und Schüler bestätigten während der Probephase immer wieder, dass ihnen die Kopfübungen gut gefallen und sie durch die tägliche Übung zu einem besseren Grundverständnis gelangten sowie ihre Stärken und Schwächen erkennen konnten (vgl. Abbildung 7). In der Evaluation einer 10. Klasse Typ A einer Hauptschule waren 16 von 18 Schülerinnen und Schülern der Meinung, dass die Kopfübungen ihnen bei der Prüfungsvorbereitung zur ZP10 helfen würden.

besseres Grundverständnis

Diese Übungsform hat die Lernenden begeistert. Durch die regelmäßige anschließende Besprechung wurden neue Rechenwege nachvollzogen und eine Verbesserung im Kopfrechnen war auch durch die Lehrkräfte durchaus erkennbar. Bereits diese kleinen Erfolgserlebnisse haben die Schülerinnen und Schüler sehr motiviert. Die Zufriedenheit der Lernenden ist während der Erprobungsphase spürbar gewesen und gerade leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler mit häufig erlebten Misserfolgen wirkten motivierter und zeigten wieder Freude am Mathematikunterricht. Einige Lernende nannten in der Evaluation konkret, was ihnen am Ende der regelmäßigen Kopfübungen besonders gefallen hat bzw. welchen Nutzen sie für ihren Lernprozess aus den Übungen ziehen konnten. Häufiger wurde dabei genannt, dass Inhalte oder Verfahren gefestigt wurden und vor allem, dass bewusst wurde, was noch gelernt und verstanden werden muss.

Die Kopfübungen bieten ein breites Spektrum an unterrichtlichem Mehrwert, da mathematische Fachbegriffe der Grundrechenaufgaben eingebracht und geübt werden können. Durch das Erklären verwendeter Lösungsstrategien werden alle Schülerinnen und Schüler in ihrer Sprachkompetenz gefördert und mit dieser Versprachlichung gelingt zudem eine Stärkung der mathematischen Grundvorstellungen.

Volumenberechnung – Grundvorstellungen im Jahrgang 9/10

Die Berechnung von Raumvolumina beruht auf Grundvorstellungen von Flächen und Körpern und führt in das verallgemeinerte Prinzip „Grundfläche mal Höhe". Um gemäß dem Kernlehrplan der Jahrgangsstufe 9/10 im Bereich der Geometrie „Oberflächen und Volumina von Zylindern, Pyramiden, Kegeln […] schätzen und bestimmen" (Kernlehrplan für die Gesamtschule Mathematik – Sekundarstufe I, MSJK, 2004) zu können, müssen die Lernenden z.B. die Grundfläche sowie die Höhe einer geraden Säule (Prisma) identifizieren.

Die Grundvorstellungen zu Volumina entsprechen den Grundvorstellungen im Bereich der Flächeninhalte: Neben der Ausdehnungsvorstellung des Raumbedarfes (Aspekt des Messens) ist die Vergleichs-Vorstellung in den beiden Aspekten Zerlegungsgleichheit und Ergänzungsgleichheit auszubilden (Griesel, 1996).

Fehlende Grundvorstellung – eine Diagnose

Die Berechnung von Volumina einfacher Körper greift im Wesentlichen auf zwei Grundvorstellungen („Auslegen" bzw. „Zerlegen") zurück und führt in das verallgemeinerte Prinzip „Grundfläche mal Höhe". Diese erweiterte Grundvorstellung ist ausgebildet, wenn die Idee erkannt, verbalisiert und auf symbolischer Ebene angewandt werden kann. Der Inhalt der Grundflächen kann wiederum aufgefasst werden als die Anzahl der Einheitsquadrate in dieser Fläche und das Volumen als die Anzahl der Einheitswürfel, die als Schichten darübergelegt werden. Die entsprechenden Formeln können dann verwendet werden, wenn Kenntnisse der Parameter vorliegen.

Einheitswürfel

Im Wesentlichen können Volumenberechnungen in der Sekundarstufe I auf zwei Formeln reduziert werden: $V = G \cdot h$ (für Prismen und Zylinder) und $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ (für Pyramiden und Kegel). Erst wenn eine tragfähige Grundvorstellung vorhanden ist, können diese und weitere geometrische Zusammenhänge erschlossen werden. Die Grundvorstellung des Volumenmessens eines Quaders durch das Zählen von Einheitswürfeln und das Zusammenfassen in Reihen und Schichten ist die Basis für weitere geometrische Lerninhalte in der Jahrgangsstufe 9/10.

Ergebnisse aus den Zentralen Prüfungen[6] am Ende der Jahrgangsstufe 10 (ZP10) im Fach Mathematik belegen regelmäßig, dass viele Schülerinnen und Schüler keine oder keine tragfähigen Grundvorstellungen zu Volumina aufgebaut haben. Als Beispiel für das Prüfen von Grundvorstellungen kann eine Aufgabe aus dem Jahr 2011 angesehen werden, die eine wesentliche Grundvorstellung aufgreift und bei der problemlösend ein Zusammenhang erkannt werden muss: „Ein Würfel hat das Volumen 27 cm^3. Wie groß ist seine Oberfläche?"[7]

Sicherlich können einige Schülerinnen und Schüler die Aufgabe vollständig auf der symbolisch-formalen Ebene lösen, indem sie die entsprechenden Formeln miteinander in Beziehung setzen. Ein großer Teil muss jedoch die

6 Ergebnisse der ZP10 – Allgemeine Informationen und Ergebnisse des Durchgangs 2011 in NRW.

7 Vgl.: ZP10 Mathematik 2011, Hauptschule Typ A/Gesamtschule GK, Prüfungsteil 1, Aufgabe 1d i) (Volumenberechnung).

Abbildung 8: Verknüpfung zur Grundvorstellung der Volumenberechnung durch Zerlegung in Einheitswürfel

Grundvorstellungen der Zerlegung eines Volumens aktivieren. Dieser Prozess muss dennoch auch auf symbolischer Ebene erfasst werden und ganz ohne haptisches Material auf die mathematische Grundidee der Volumenmessung (dem Auslegen von Körpern z.B. mit Einheitswürfeln) zurückgeführt werden. Ggf. müssen auch entsprechende Handlungen in der Vorstellung aktiviert werden (vgl. Abbildung 8). Erst dann kann erkannt werden, dass zunächst die Kantenlänge des Würfels und anschließend der Inhalt einer Seitenfläche berechnet werden muss.

Die im Rahmen eines fachlichen Berichts vorgenommene Auswertung einer Stichprobe von über 1 000 Prüfungsarbeiten aus Hauptschulklassen (Typ A) und Gesamtschul-Grundkursen zeigt, dass ein Großteil der Schülerinnen und Schüler nicht sicher auf Grundvorstellungen der Volumenberechnungen zurückgreifen kann – zumindest gelingt es ihnen nicht, am Beispiel des Würfelvolumens rückwärts auf dessen Kantenlänge zu schließen (MSW, 2013, S. 17).

Grundvorstellung aufbauen – unsere Umsetzung

Um vor allem leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit zu geben, in ihrem Lernprozess voranzukommen, wurden für die Jahrgangsstufe 9/10 Materialien zusammengestellt, die eine Grundvorstellung vom Volumen aufbauen und damit zu weiterführenden Kompetenzen im Bereich der Geometrie gemäß den Kernlehrplänen Mathematik (MSJK, 2004) führen können.

Grundvorstellung Volumen

Die Lernenden sollen …

- erkennen und beschreiben, dass jeder Quader mit Einheitswürfeln gefüllt werden kann,
- erkennen und erklären können, dass und wie die Gesamtzahl dieser Einheitswürfel von der Anzahl der Einheitswürfel in einer Reihe, der Anzahl der Reihen und der Anzahl der Schichten des Quaders abhängt,
- die Anzahl der Einheitswürfel eines Quaders als Produkt ermitteln können,
- das Volumen von zusammengesetzten Körpern durch Aufteilen und Ergänzen in Regelkörper bestimmen können,
- das Prinzip von „Grundfläche mal Höhe“ als Verallgemeinerung der Volumenberechnung eines Quaders erkennen, beschreiben und anwenden können.

Um diese Grundvorstellung aufzufrischen bzw. zu erlangen und am Ende die Verallgemeinerung der Volumenberechnung „Grundfläche mal Höhe“ anwenden zu können, beziehen wir uns auf die vier Phasen zum Aufbau von Grundvorstellungen nach Sebastian Wartha (2010). Die Handlungen werden zunächst von allen Lernenden am Modell durchgeführt, um später die Handlung ‚im Kopf‘ nachvollziehen zu können. Im nächsten Schritt werden die Handlungen beschrieben und ein gemeinsames Fachvokabular vereinbart, um

Missverständnissen und Unklarheiten entgegenzuwirken. Um zu einer gedanklichen Vorstellung zu gelangen, sollen die Schülerinnen und Schüler anschließend ihre Lösungsstrategien möglichst losgelöst von dem Material beschreiben, was das gemeinsame Fachvokabular festigt und den Anfang von der konkreten, ikonischen Ebene zur symbolischen Ebene darstellt. In der letzten Phase arbeiten die Schülerinnen und Schüler auf der ikonischen oder symbolischen Ebene, ohne handelndes Material. Durch die Verbalisierung und Anwendung auf weitere Situationen wird die Handlung in der Vorstellungskraft aktiviert und eine Automatisierung und Verallgemeinerung kann stattfinden. Neben den unterschiedlichen Aspekten der Abstraktion sind die Aufgaben so konzipiert, dass die Lehrkraft die Schülerhandlungen beobachten kann.

Übersicht und Vorstellung der Projektmaterialien

Für dieses Unterrichtsvorhaben wurden zwölf Aufgabenkarten entwickelt. Außerdem bedarf es zugeschnittener Holzklötze und Einheitswürfel (Kantenlänge 1 cm) aus Holz (Tabelle 1).

Tabelle 1: Material zur Umsetzung des Unterrichtsvorhabens

Verschiedene Holzstücke	erweiterter Zehnersystemsatz (1-cm³-Würfel, Zehnerstangen, Tausenderblock)	Aufgabenkarten
		

Die Einheitswürfel können u. a. bei Lehrmittelfirmen bestellt werden. Um mit einer Lerngruppe von 20 bis 30 Schülerinnen und Schülern arbeiten zu können, sollte ein Satz von 1000 Einheitswürfeln (ca. 30 €) und evtl. ein kompletter Satz aus 100 Einheitswürfeln, 10 Zehnerstäben, 10 Hunderterplatten und einem Tausenderwürfel (ca. 40 €) vorhanden sein. Diese Sets eignen sich auch, um z. B. Größenverhältnisse und Grundrechenarten (speziell für den Zehnerübergang) einzuführen und zu üben.

Des Weiteren werden Holzquader benötigt, welche (z. B. mit Hilfe der Fachschaft Technik) passend zugeschnitten werden. Mit den in der Tabelle dargestellten Maßen haben wir gute Erfahrungen machen können:

1. Holzstück mit den Maßen: 8 cm · 4 cm · 2 cm
2. Holzstück mit den Maßen: 6 cm · 4 cm · 4 cm
3. Holzstück mit den Maßen: 4 cm · 4 cm · 3 cm
4. Holzstück mit den Maßen: 28 cm · 4 cm · 8 cm

Aufgabenkarten

Die ausgedruckten Aufgabenkarten werden mit den benötigten Einheitswürfeln und Holzstücken zusammen in einen transparenten Beutel verpackt. Zunächst sollten alle Schülerinnen und Schüler die Einheitswürfel zum Nachbauen oder zum Erstellen von Quadern/Würfeln nutzen. Die Lehrkraft sollte darauf achten, dass die Schülerinnen und Schüler die Handlungsebene nicht vorschnell verlassen, sondern erst mit gefestigtem Vokabular und sicherer mentaler Handlung eine

Stufe höher steigen. Der Übergang von der Handlungsebene auf ikonische oder symbolische Ebenen erfolgt daher abhängig von den beobachteten Ergebnissen. Dabei sollte eine systematische Verschriftlichung der eigenen Ergebnisse, z. B. durch eine Tabelle, angeregt werden.

Zu Beginn der Unterrichtseinheit müssen die Grundkenntnisse der Schülerinnen und Schüler aktiviert bzw. aufgefrischt werden. Den Lernenden sollten Streckenlängen und Flächen als ausgelegte Quadrate bekannt sein. Anschließend muss der Einheitswürfel als Würfel mit dem Volumen eines Kubikzentimeters vorgestellt und erläutert werden.

Problemaufwurf

Mit dem Problemaufwurf „*Wenn ich dieses Holzstück aus Einheitswürfeln nachbaue, aus wie vielen Würfeln besteht es?*" (vgl. Abbildung 9) können die Schülerinnen und Schüler die Anzahl schätzen und Vermutungen als Hypothese aufstellen. Zur Überprüfung nutzen sie das Material und die Aufgabenkarte 1. Anschließend sollte eine Sicherung im Plenum aus zwei Gründen stattfinden:

1. Es beeindruckt die Schülerinnen und Schüler, wenn sie ihre abgezählten (64) Einheitswürfel mit ihrer vorab festgehaltenen Vermutung vergleichen; die Spanne zwischen den beiden Maßzahlen ist oftmals sehr groß.
2. Die Lernenden sollen zu einem gemeinsamen Vokabular zur Beschreibung des Volumens[8] gelangen. Darüber hinaus kann die Vereinfachung des Abzählens thematisiert werden.

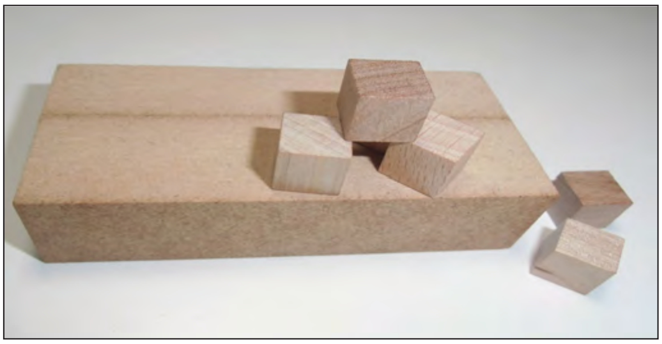


Abbildung 9: Holzquader für den Einstieg

Im nächsten Schritt (Abbildung 10) werden zwei verschiedene Quader miteinander verglichen, deren Rauminhalt gleich groß ist. Vielen Schülerinnen und Schülern gelingt es in dieser Phase nicht, bei verschieden aussehenden Quadern auf das gleiche Volumen zu schließen. Durch das Nachbauen der beiden Quader und das Abzählen der Einheitswürfel gelangen sie zu einer Vorstellung von Volumina, die ihnen bei der Lösung dieser Aufgabe hilft. Die weiteren Aufgaben bauen inhaltlich darauf auf. Hier sollte von den Schülerinnen und Schülern erkannt werden, dass das Produkt immer gleich bleibt und nur verschiedene volumengleiche Quader gezeigt werden. Algebraische Aspekte, wie die Zerlegung in Faktoren sowie verschiedene Rechengesetze (Kommutativ- und Assoziativgesetz), können hier zusätzlich thematisiert werden.

8 Volumen = Rauminhalt, wobei für die Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Begriff ‚Rauminhalt' verwendet wird, damit das Grundverständnis zum Rauminhalt aufgebaut werden kann.

2. Aufgabe:
Welches der beiden Holzstücke besteht aus mehr Einheitswürfeln?

Stelle deine Vermutung über den jeweiligen *Rauminhalt* (das Volumen) auf und überprüfe deine Vermutung mit Hilfe der Einheitswürfel.

Abbildung 10: Aufgabenkarte 2

Zusammenhänge

Aufgabenkarte 5 (Abbildung 11) dient dem Aspekt, aus einer vorgegebenen Anzahl von Einheitswürfeln in den Reihen und Schichten Rückschlüsse auf das Volumen zu ziehen. Wenn die Zusammenhänge zwischen dem Rauminhalt und der Anzahl der Einheitswürfel pro Reihe, der Anzahl der Reihen und der Anzahl der Schichten erfasst worden sind, reicht es häufig aus, lediglich drei Kanten des Quaders nachzubauen. Ebenso nutzen die Schülerinnen und Schüler ihre selbst hergeleitete Formel, überprüfen deren Gültigkeit und können ihre Vorstellungen eng mit der Formel verknüpfen.

5. Aufgabe:
Bei einem Quader liegen fünf Einheitswürfel in einer Reihe, es gibt drei Reihen und vier Schichten.
a) Ermittle die Kantenlängen des Quaders.
b) Wie groß ist der Rauminhalt dieses Quaders? Beschreibe deinen Lösungsweg.
c) Fertige ein Schrägbild dieses Quaders an.

Tippkarte

Abbildung 11: Aufgabenkarte 5

Lösungswege erklären

Zur Überprüfung des Verständnisses ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler ihren Lösungsweg erklären, beschreiben bzw. darstellen. Eine Skizze mit den Einheitswürfeln, in der die Anordnung der Reihen und Schichten erkennbar ist, ist ebenso ein vollständig richtiger Lösungsweg. In dieser Aufgabe findet schon eine weitere Ergänzung statt, da die Schülerinnen und Schüler in der dritten Teilaufgabe ein Schrägbild von ihrem Quader zeichnen sollen. Das Zeichnen von Schrägbildern ist im Kernlehrplan schon in Jahrgangsstufe 6 verankert (MSJK, 2004, S. 21). Hier ist es sinnvoll, Tippkarten anzubieten, um bei Bedarf das Anfertigen der Schrägbilder zu unterstützen. Die weiteren Aufgabenkarten 6 bis 8 mit vorgegebener Anzahl von Einheitswürfeln bieten Möglichkeiten zur Festigung und Reflexion, da Lösungsschritte und Fachbegriffe wiederholt angewandt werden müssen. Die Schülerinnen und Schüler sollen erklären können, dass der Körper einen bestimmten Raum einnimmt bzw. ausfüllt. Wenn es in dieser Phase noch Schwierigkeiten gibt, kann das Ergänzungsmaterial (Abbildung 12, eine von drei ergänzenden Aufgabenkarten) genutzt werden, bevor die Schülerinnen und Schüler sich ab der Aufgabenkarte 9 systematisch mit Aufgaben zum Volumen von Würfeln auseinandersetzen.

★ Aufgabe:
Baue aus der vorgegebenen Anzahl von Einheitswürfeln einen Quader, so dass möglichst wenig Einheitswürfel übrig bleiben.

a) Beschreibe die Quaderform.
b) Notiere deine Berechnung für den Rauminhalt (das Volumen).

Abbildung 12: Ergänzungskarte 1

Da die Begriffe Quader und Würfel im Schulalltag oftmals verwechselt werden, muss in dieser Arbeitsphase der Würfel als Sonderfall eines Quaders thematisiert werden. Durch das Nachbauen von immer größer werdenden Würfeln und das damit verbundene Berechnen der Rauminhalte erfahren die Schülerinnen und Schüler die Eigenschaften eines Würfels (Abbildung 13). Die Berechnung der Rauminhalte wird bei allen Aufgabenkarten niemals auf „Länge mal Breite mal Höhe" reduziert, sodass die Vorstellungskraft nach dem Schichtenmodell immer weiter angeregt wird. Um sich auf eine gemeinsame Schreibweise zu einigen, sollte die Schreibweise $V = 4\ \text{cm}^3 \cdot 4 \cdot 4 = 64\ \text{cm}^3$ (vgl. Tabelle 2) bevorzugt werden. So erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass die Anzahl der Einheitswürfel in einer Reihe, die Anzahl der Reihen und die Anzahl der Schichten gleich sind. Das „Rückwärtsdenken"[9] wird in einigen Aufgabenkarten schon trainiert und kommt auch bei dem Würfel wieder zur Anwendung. In der weiterführenden Aufgabenkarte kann durch Ausprobieren herausgefunden werden, dass der gesuchte Würfel aus vier Einheitswürfeln in einer Reihe, aus vier Reihen und vier Schichten besteht. Einige Schülerinnen und Schüler werden eventuell durch das Zerlegen in gleiche Faktoren zu einer Lösung kommen. Das Beschreiben der Vorgehensweise ist erneut besonders wichtig.

Rückwärtsdenken

9. Aufgabe:
Baue mit den Einheitswürfeln einen kleinen Würfel.

a) Wie viele Einheitswürfel benötigst du?
b) Notiere deine Berechnung für den Rauminhalt (das Volumen).
c) Wie viele Einheitswürfel benötigst du, wenn du einen größeren Würfel bauen willst?
d) Notiere deine Berechnung für den Rauminhalt (das Volumen) und vergleiche die beiden Berechnungen.

Abbildung 13: Aufgabenkarte 9

Die letzte Aufgabenkarte (Abbildung 14) dient zur Überprüfung und Festigung des Wissens. Durch das Zerlegen in gleiche Faktoren und das Beschreiben der Vorgehensweise zur Bestimmung des Volumens kann die Lehrkraft überprüfen, wie sicher die Vorstellungskraft eines Würfels und seines Volumens vorhan-

9 Das heißt, man findet ausgehend von dem Volumen die Anzahl der Einheitswürfel in Reihen und Schichten.

12. Aufgabe:
Ein Würfel hat das Volumen von 27 cm³.

a) Wie viele Einheitswürfel müssen in einer Reihe liegen? Beschreibe deine Vorgehensweise.
b) Wie viele Einheitswürfel liegen in der unteren Schicht?
c) Wie viele Einheitswürfel sind auf der rechten Seite zu sehen?
d) Zeichne ein Schrägbild zu diesem Würfel.

Abbildung 14: Aufgabenkarte 12

den ist. Das Betrachten der unteren Schicht und der Seitenansicht bietet eine erste Vorstellung des Flächeninhalts der Grund- und der Seitenflächen: Gleiche Kantenlängen führen zu gleichen Flächeninhalten. Mit Hilfe der Schrägbilder wird eine Vorstellung entwickelt, wie die Einheitswürfel bei einem Würfel angeordnet sein müssen. Durch das Zeichnen des Schrägbilds wird der Würfel als geometrischer Körper verinnerlicht.

Am Ende dieser Unterrichtsreihe sollten alle Schülerinnen und Schüler ausreichende Grundvorstellungen zur Volumenberechnung haben und eine einheitliche Schreibweise nutzen (Tabelle 2). Zu thematisieren ist schließlich der Übergang zu gebrochenrationalen Längen, das Prinzip ist aber durchaus zu übertragen.

Tabelle 2: Vereinbarte Schreibweise zur Volumenberechnung von Quadern

$V =$	Anzahl der Einheitswürfel in einer Reihe	·	Anzahl der Reihen	·	Anzahl der Schichten	=	Rauminhalt
Beispiel:							
$V =$	8 cm³	·	5	·	2	=	80 cm³

Die Unterrichtseinheit bietet die Chance zur Weiterarbeit bezüglich der Raumeinheiten und der im Kernlehrplan (MSJK, 2004, S. 30) verankerten inhaltsbezogenen Kompetenzen. Da die Schülerinnen und Schüler im Jahrgang 9/10 im Bereich der Geometrie das Volumen weiterer Körper berechnen müssen, ist die Grundvorstellung zugleich Voraussetzung für die weiteren Unterrichtsinhalte. Wenn die Grundvorstellung mit der Grundschicht aus Einheitswürfeln und der Anzahl der deckungsgleichen Schichten vorhanden ist, besteht die Möglichkeit, mit einem einfachen quadratischen Block (Abbildung 15) von den Einheitswürfeln der Kantenlänge 1 cm das Teilen der Einheitswürfel zu veranschaulichen. Der Bezug ist hierbei die Grundfläche und die Anzahl der deckungsgleichen Schichten. Den Schülerinnen und Schülern fällt es dadurch leichter, das Volumen von Dreiecksprismen und Zylindern zu berechnen, da sie Bezug zu der Grundschicht nehmen.

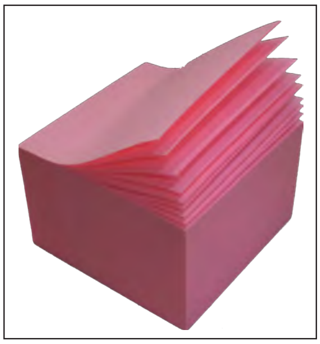


Abbildung 15: Schichtenmodell eines Würfels

Erfahrungsbericht und Evaluation

Die entwickelte Unterrichtsreihe wurde in zwei Lerngruppen durchgeführt und weiterentwickelt. Die durchführenden Kolleginnen und Kollegen beobachteten bei den Schülergruppen eine hohe Motivation. Zudem fand das Material auf dem SINUS-Kongress im Oktober 2016 bereits große Anerkennung. Anhand eines Fragebogens haben wir die Schülerinnen und Schüler zu den Materialien, ihrem Arbeitsverhalten und ihrem Lernzuwachs befragt. Die Auswertung zeigt, dass die Materialien gut strukturiert und verständlich sind. Des Weiteren konnten die Schülerinnen und Schüler laut ihren Aussagen selbstständig mit den Materialien arbeiten.

Lernzuwachs

Im zweiten Teil des Fragebogens wurde u. a. die Frage gestellt: „*Was hat dir an der Unterrichtsreihe gut gefallen, was war für dich und deinen Lernzuwachs besonders wichtig?*“ Einige der durchweg positiven Antworten sind ein Indiz dafür, was den Schülerinnen und Schüler besonders geholfen hat:

- „Ich fand es gut, dass ich durch die Aufgaben gelernt habe, wie man das Volumen eines Würfels oder Quaders beschreibt.“
- „Mit den Materialen konnte man viel besser arbeiten. Ich habe es mit den drei Quadern vor Augen viel besser verstanden.“
- „Man konnte sich durch die Würfel es oft besser vorstellen als ohne und es hat mir zumindest geholfen, die Schrägbilder zu zeichnen.“
- „Mir hat der Unterricht gut gefallen, weil ich finde, dass Volumenberechnung wichtig ist.“
- „Mir hat das Bauen des Quaders Spaß gemacht und das Rechnen auch.“

Anhand der Mitschriften der Lerngruppe zeigt sich jedoch, dass einige Grundvorstellungen nicht vollständig aufgebaut wurden. Offensichtlich wurde das Schichtenmodell nicht oder nicht angemessen verinnerlicht und es fiel schwer, das Grundmodell schriftlich festzuhalten. Die unterrichtende Lehrkraft sollte daher noch stärker das Schichtenmodell thematisieren, auf der vereinbarten Schreibweise beharren und regelmäßig verbale und schriftliche Begründungen einfordern. Ebenso ist es sinnvoll, mit der Lerngruppe eine gemeinsame Darstellung der Ergebnisse zu erarbeiten. Auswertungen der Schülerprodukte zeigen, dass das Abzählen z. T. zwar früh vereinfacht werden kann, dennoch sollte auch auf ein gemeinsames Vokabular und eine gleiche Schreibweise geachtet werden. Anhand der Rückmeldungen ist erkennbar, dass die Unterrichtsreihe gut angenommen wurde. Einige Schülerinnen und Schüler konnten sich durch das Nachbauen der Quader und Würfel den Rauminhalt besser vorstellen und erschließen.

Schichtenmodell

Auffallend war, wie unterschiedlich die Lernenden mit dem Material und dem Nachbauen der Quader umgingen (Abbildung 16). Diese Heterogenität einer Lerngruppe muss im Plenum aufgenommen und je nach Ziel der Differenzierung

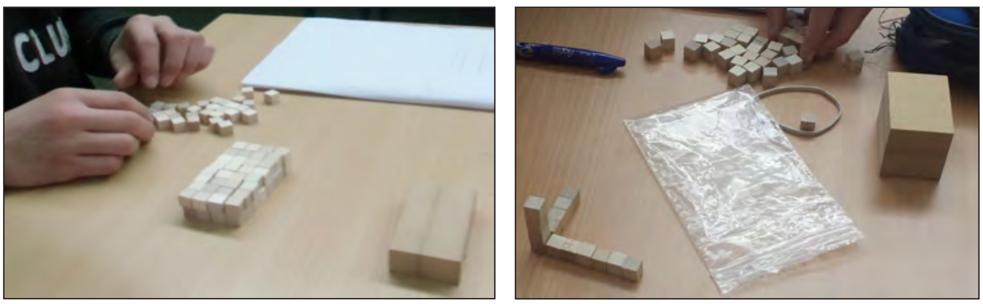


Abbildung 16: Der Umgang mit dem Material – zwei unterschiedliche Lösungsansätze

unterschiedlich behandelt werden. Der Fokus muss dabei zum Aufbau einer Grundvorstellung der Volumenberechnung auf dem Schichtenmodell liegen.

Trotz anfänglicher Skepsis (bzgl. des Hantierens mit Einheitswürfeln) wurde immer wieder zum Lernen am Modell zurückgegriffen. Vor allem die Rückmeldungen der lernschwachen Schülerinnen und Schüler überzeugten, dass das praktische Arbeiten ein gut geeigneter Weg zum Aufbau von Grundvorstellungen ist, um darauf aufbauend weiterführende Lerninhalte zu erschließen. Auch Schülerinnen und Schüler der höheren Jahrgänge nahmen diese praktische Erfahrung gerne an und ließen sich auf das Arbeiten mit Anschauungsmaterialien ein.

Hilfsmittel Formelsammlung – sinnvolle Ergänzung im Unterricht

Formelsammlungen als Hilfsmittel im Unterricht – aber auch in Prüfungssituationen – zu nutzen, fällt leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern nicht immer leicht. Die auf den Seiten der Standardsicherung NRW bereitgestellte Formelsammlung[10] ist inhaltlich komprimiert und greift neben den notwendigen Formeln für den Grundkurs zusätzlich Themen und Inhalte auf, die gemäß den jeweiligen Kernlehrplänen erst auf erhöhtem Niveau im Erweiterungskurs relevant sind. In Grundkursen beobachtete Schwierigkeiten ergeben sich vermutlich sowohl aus der inhaltlichen Fülle, als auch aus dem unterschiedlichen Einsatz der Formelsammlung im Unterricht. Innerhalb des SINUS-Projekts wurden daher beide Fragestellungen verfolgt:

Fragestellungen

1) Wie kann eine Formelsammlung speziell für die Schülerinnen und Schüler im Grundkurs aussehen?
2) Wie kann die Formelsammlung im Unterricht genutzt werden, um daraus das Verständnis zu fördern und zugleich den zielgerichteten Umgang mit Formelsammlungen zu üben?

Verständnisorientierung auch in der Formelsammlung

Aus der ersten Fragestellung resultiert ein Vorschlag für eine Formelsammlung, welche die Grundvorstellungen aktiviert und auch wesentliche Schritte auf dem Weg zum Verstehen der Inhalte und Konzepte illustriert. Als Prinzip werden wiederkehrende Strukturen deutlich hervorgehoben, die von den Schülerinnen und Schülern beim Nutzen der Formelsammlung auch angewandt werden müssen.

Die stets wiederkehrende Struktur der Prismen unterstützt auch den Aufbau und die Erweiterung der Grundvorstellungen zum Volumen und der Verallgemeinerung als einfache Volumenformel: $V = G \cdot h_k$. Lediglich die Grundflächen unterscheiden sich in ihrer Form, und der Inhalt der Grundfläche kann aus dem Bereich „Ebene Figuren“ herausgesucht werden. Die geometrischen Körper werden zusätzlich um deren Netze erweitert: Neben den Grundvorstellungen zum Volumen unterstützen diese den systematischen Aufbau der Körper und stellen Strukturen zur Berechnung von Oberflächen und Teilflächen bereit. Die in der Zeichnung verwendeten Formelzeichen werden mit der Fachsprache in Bezug gesetzt, sodass deren Bedeutung auch auf einer anderen Ebene zugänglich und mit der Anschauung verknüpft wird. Einheitlich werden Körperhöhen mit h_k bezeichnet, um die häufig beobachteten Verwechslungen mit den Höhen der Seitenflächen zu vermeiden. Erfahrungen aus dem Unterricht weisen darauf hin,

10 https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/zentrale-pruefungen-10/faecher/fach.php?fach=41.

dass der sinnvolle Einsatz von Indizes durchaus auch von den leistungsschwächeren Lernenden erfolgreich angewendet wurde.

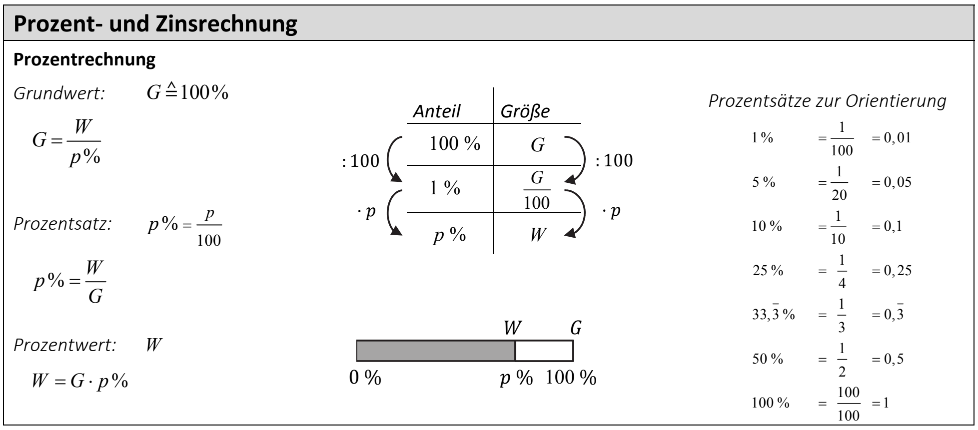


Abbildung 17: Prozentrechnung – vorgeschlagene Änderungen zur Formelsammlung

In allen Bereichen der Formelsammlung wurde überprüft, ob neben dem symbolisch-formalen Aspekt weitere Zugänge sinnvoll zu ergänzen sind. Als Beispiel soll hier der Abschnitt zur Prozentrechnung dienen, der um ein illustrierendes Streifendiagramm erweitert wird und mit den Fachbegriffen zusätzlich die sprachliche Ebene anregt (Abbildung 17). Eine wesentliche Lösungsstrategie für Schülerinnen und Schüler, die einen Hauptschulabschluss anstreben, ist das sichere Anwenden des Dreisatzes bei Prozentrechenaufgaben. Die Formelsammlung greift zugleich durch die tabellarische Darstellung deren besondere Bedeutung zur Strukturierung von Zusammenhängen auf.

Einführung und Einsatz der Formelsammlung im Unterricht

Es ist notwendig, dass die Schülerinnen und Schüler die Formelsammlung regelmäßig im Unterricht und in den Klassenarbeiten nutzen. Dazu bietet es sich an, die Formelsammlung mit den Schülerinnen und Schülern gemeinsam zu entwickeln und weiterzuführen. Mit der Einführung der Formelsammlung in der Jahrgangsstufe 8 wurden gute Erfahrungen gesammelt.

„Flächeninhalte und -umfänge“

Zu Beginn des Unterrichtsthemas „Flächeninhalte und -umfänge“ können mit einer zunächst unvollständigen Formelsammlung Begriffe und Vorstellungen der „Ebenen Figuren“ wiederholt werden. In dem dargestellten Beispiel sind lediglich das Quadrat und Rechteck eingezeichnet und die beiden Formeln zu Flächeninhalt und Umfang eines Quadrats notiert (Abbildung 18). Weitere Abschnitte noch nicht behandelter ebener Figuren sind als Leerfelder vorhanden,

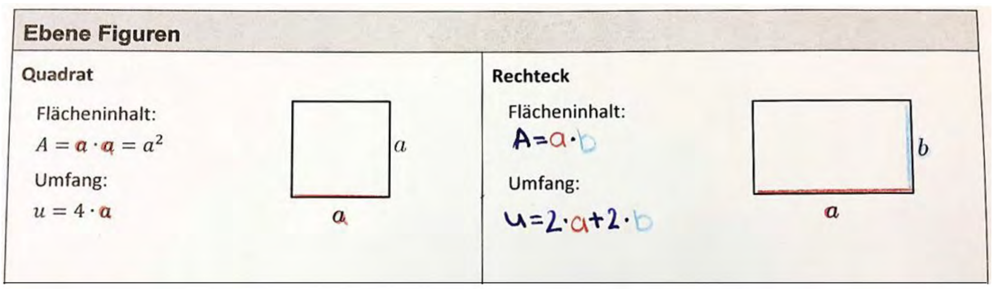


Abbildung 18: Einführung der Formelsammlung am Beispiel vom Quadrat und vom Rechteck

sodass die endgültige Struktur der Formelsammlung bereits ersichtlich ist. Die Schülerinnen und Schüler markieren zunächst die Variable *a* und die Seiten des Quadrats in der gleichen Farbe. Analog zum Quadrat werden die beiden Formeln für das Rechteck selbstständig ergänzt und Variablen und Seiten passend farbig hervorgehoben. Die ebenen Figuren Parallelogramm, Dreieck und Trapez werden im Anschluss eigenhändig von den Schülerinnen und Schülern in die jeweiligen Leerfelder eingetragen, d.h., die Flächen werden gezeichnet, die Formeln strukturgleich zum Rechteck und Quadrat notiert und ebenso farblich markiert (Abbildung 19).

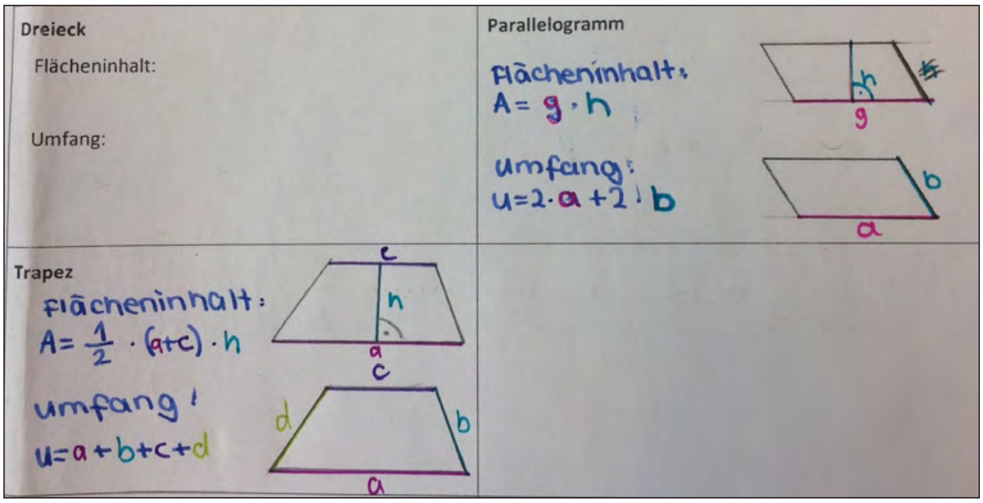


Abbildung 19: Einführung der Formelsammlung am Beispiel von weiteren Ebenen Flächen

Es stellte sich in der Unterrichtserprobung heraus, dass die Zeichnungen z.T. nicht ordentlich gelangen, vor allem wenn die zu zeichnenden Figuren sehr klein waren. Als differenzierende Alternative wurden in diesem Fall Ausschnitte zum Einkleben vorbereitet, sodass lediglich Beschriftungen und Markierungen vorzunehmen waren (Abbildung 20).

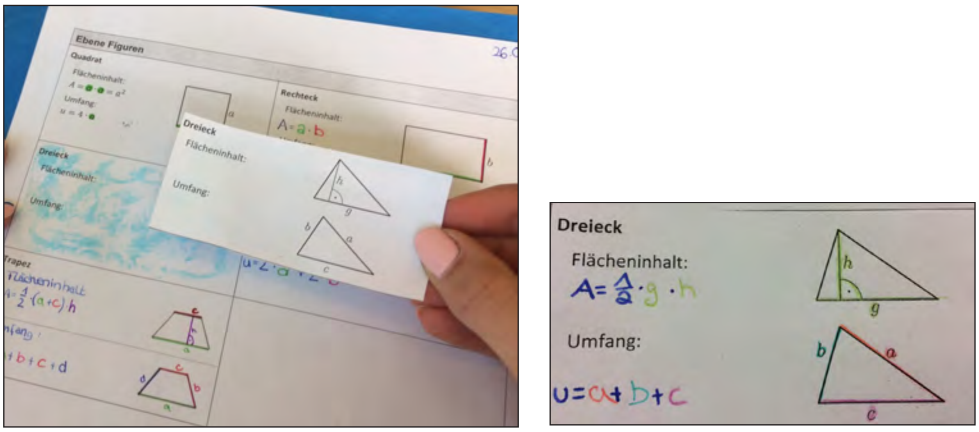


Abbildung 20: Differenzierungsmöglichkeit anhand von kopierten Ausschnitten

„Prismen“

Bei der Unterrichtsreihe „Prismen“ in der Jahrgangsstufe 10 wurde mit den bekannten Körpern Würfel und Quader ebenso an bestehendes Wissen angeknüpft und es wurden entsprechend dem Unterrichtsfortschritt in die Leerfelder kopierte Zeichnungen der Prismen mit den Überschriften der Formeln eingeklebt. Die Formeln wurden im Unterricht handschriftlich ergänzt. Binnendifferenzierend können Formeln zum Teil bereits eingefügt vorgegeben sein, sodass lediglich die Zuordnung von Variablen und Seiten durch farbliche Markierungen vorgenommen werden muss.

Ergänzend wurde im Unterricht der Arbeitsauftrag gegeben, passende Aufgaben zu den Formeln zu erstellen. Diese von den Schülerinnen und Schülern entwickelten Aufgaben können wiederum als Fundus für die Übungsphase oder zur Vorbereitung von Klassenarbeiten genutzt werden.

3. Zusammenfassung, Schlussfolgerungen und Perspektiven

Der Alltag in Mathematik-Grundkursen an Haupt- und Gesamtschulen ist von vielfältigen Problemlagen geprägt. Bereits der Austausch zwischen Lehrkräften hat den meisten Lehrerinnen und Lehrern geholfen, sich diesen Herausforderungen zu stellen und alternative Ideen im Umgang damit im Unterricht auszuprobieren. So wurde schnell klar, dass sich diese Probleme auf viele Kurse, Schulen und Lehrkräfte erstrecken. Daher ist eine entscheidende Botschaft dieses Projektes: „Du bist nicht allein!“ Gewinnbringend sind hierbei insbesondere die Kommunikation und der Austausch von Lehrkräften verschiedener Schulen und Schulformen.

Austausch

Gerade der Umgang mit leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern muss sehr sensibel gestaltet werden. Die Lernenden benötigen ein Vertrauensverhältnis, damit sie sich öffnen können und so überhaupt eine Grundlage für ein fachliches Lernen ermöglicht wird. Um dieses Vertrauensverhältnis aufzubauen, muss die Lehrkraft die Schülerinnen und Schüler in jeder Situation ernst nehmen, immer wieder zur Weiterarbeit ermutigen und positive Entwicklungen zeitnah zurückzumelden. Eine klare und kontinuierliche Struktur des Unterrichts ist dabei hilfreich.

Projektergebnisse

Wenn diese Grundlage geschaffen ist und schülernahe sowie relevante Kontexte bearbeitet werden (siehe S. 35f. „Was kostet das Leben?“), so zeigen die Projektergebnisse, kann fachliches Lernen und damit der Kompetenzerwerb auch in den Jahrgangsstufen 9 und 10 gestärkt werden. Ein regelmäßiges Wiederholen von fachlichen Inhalten (siehe S. 40 „Kopfübungen“) wird von den Schülerinnen und Schülern schnell akzeptiert, da sich nach einem kurzen Zeitraum Erfolge einstellen. Grundvorstellungen, die bereits schon seit Jahren vorhanden sein sollten, müssen oftmals in den oberen Jahrgangsstufen neu aufgebaut und weiterentwickelt werden (siehe S. 44f. „Volumenberechnung“). Die Arbeit mit der von den Schülerinnen und Schülern entwickelten Formelsammlung kann Akzente für den Unterricht setzen (siehe S. 52 „Hilfsmittel Formelsammlung“). Durch die Fokussierung auf wesentliche Inhalte werden notwendige Zusammenhänge und Strukturen transparenter und erkennbarer. Die Formelsammlung lässt sich aufgrund ihrer Struktur gut in den Unterricht integrieren. Nach ihrer Einführung und Verwendung im Unterricht bietet sie gerade leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern auf Dauer ein bekanntes Konzept für die Berechnung von unterschiedlichen Größen.

Anregungen

Alle Materialien verstehen sich nicht als fertige Unterrichtsmaterialien, die direkt in neuen Lerngruppen eingesetzt werden können. Sie sind als Anregungen für den eigenen Unterricht gedacht und sollen zur Adaption einladen. Gerade diese Anpassung von Inhalten, von Niveaus und von Kontexten an die eigene Lerngruppe ist dabei von besonderer Bedeutung. Durch Weiterentwicklung und den Austausch über erfolgreiche und auch nicht erfolgreiche Ideen kann ein großer Beitrag zur Schul- und Unterrichtsentwicklung geleistet werden.

Beim Ministerium für Schule und Bildung wurde angeregt, die im Rahmen des Projekts entwickelte Formelsammlung auf dem Anforderungsniveau Hauptschulabschluss nach Klasse 10 – neben der vorhandenen Formelsammlung – im Internetangebot ‚Zentrale Prüfungen 10' zum Download anzubieten.[11]

Literatur

Blum, W., Roppelt, A. & Müller, M. (2012). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik. In H. A. Pant, P. Stanat, U. Schroeders, A. Roppelt, T. Siegle & C. Pöhlmann (Hrsg.), *IQB-Ländervergleich 2012: mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I* (S. 61–73). Münster: Waxmann.

Bruder, R. (2008). Üben mit Konzept. *Mathematik lehren (147),* 4–11.

Drueke-Noe, C., Möller, G., Pallack, A., Schmidt, S., Schmidt, U., Sommer, N. & Wynands, A. (2011). *Basiskompetenzen Mathematik. Für Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht.* Berlin: Cornelsen.

Griesel, H. (1996). Grundvorstellungen zu Größen. *Mathematik lehren* (78), 15–19.

KMK = Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss.* München: Wolters Kluwer.

MSW = Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2011). *Kernlehrplan und Richtlinien für die Hauptschule Mathematik in Nordrhein-Westfalen* (Bd. 3203). Düsseldorf: Ritterbach.

MSW = Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2013). *Analysen und Hinweise zur Bearbeitung ausgewählter Aufgaben der Zentralen Prüfungen 10 Mathematik auf der Grundlage der Ergebnisrückmeldung 2010 bis 2012.* Soest, Düsseldorf.

MSW = Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2016). *Lernstandserhebungen in Klasse 8 – Allgemeine Informationen und Ergebnisse des Durchgangs 2016 in NRW.* Düsseldorf.

MSJK = Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (2004). *Kernlehrplan für die Gesamtschule Mathematik – Sekundarstufe I* (Bd. 3106). Düsseldorf: Ritterbach.

Qualitäts- und Unterstützungsagentur – Landesinstitut für Schule NRW (2015). *Landesweite Ergebnisse der Zentralen Prüfungen am Ende der Klasse 10 (ZP10).* Verfügbar unter https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/upload/zp10/berichte/ZP10_Ergebnisbericht_2015.pdf [24.10.2017].

Roß, J. (2015). *Fachdidaktische Rückmeldungen zu den zentralen Prüfungen am Ende der Jgst. 10 (ZP10) im Fach Mathematik.* Qualitäts- und Unterstützungsagentur – Landesinstitut für Schule NRW, Arbeitsbereich 5, Soest.

Roß, J. & Besuch, N. (2016). *Fachdidaktische Rückmeldungen zu den zentralen Prüfungen am Ende der Jgst. 10 (ZP10) im Fach Mathematik.* Qualitäts- und Unterstützungsagentur – Landesinstitut für Schule NRW, Arbeitsbereich 5, Soest.

Wartha, S. (2010). Aufbau von Grundvorstellungen: ein Förderkonzept. In Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 911–914). München.

11 Seit Ende Mai 2018 stehen überarbeitete Versionen der Formelsammlung auf den Seiten des Schulministeriums zum Download bereit: https://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/zentrale-pruefungen-10/faecher/

Projektgruppe

Set-Mitglieder:

Ralph Pittius, Anne-Frank-Gesamtschule Gütersloh
Rolf Brockmann, Friedrich Wilhelm Murnau-Gesamtschule Bielefeld
Peter Langhammer, Friedrich Wilhelm Murnau-Gesamtschule Bielefeld
Klara Kolcov, Hauptschule Maßbruch
Heike Kortekamp, Hauptschule Maßbruch
Sadettin Gül, Gesamtschule Quelle Bielefeld
Frederik Suchla, Gesamtschule Quelle Bielefeld
Jeanette Fuhrmann, Karla-Raveh-Gesamtschule Lemgo
Irina Keller, Karla-Raveh-Gesamtschule Lemgo
Reto Friedli, Laborschule Bielefeld
Lisa Schwerdfeger, Laborschule Bielefeld
Ramona Kahlmeier, Laborschule Bielefeld
Fatma Caglar, Martin-Niemöller-Gesamtschule Bielefeld
Babette Gerode, Peter-August-Böckstiegel-Gesamtschule Borgholzhausen
Johannes Gerdiken, Sekundarschule Borchen
Ulrike Debus, Käthe-Kollwitz-Gesamtschule Lünen
Michaela Hetman, Käthe-Kollwitz-Gesamtschule Lünen
Kirsten Schrieber, Schule am Windmühlenberg Werne
Tim Heptner, Hauptschule Kamen
Ludger Kloer, Werner-von-Siemens-Gesamtschule Unna
Daniel Thätner, Werner-von-Siemens-Gesamtschule Unna
Christina Funke, Josef-Reding-Schule Holzwickede
Bernd Geisenhofer, Josef-Reding-Schule Holzwickede

Projektkoordination:

Dirk Bresinsky, QUA-LiS NRW (bis 07/2016)
Annett Veit, Peter-August-Böckstiegel-Gesamtschule Borgholzhausen (seit 08/2016)

Projektleitung:

Rainer Altmann, Gustav-Heinemann-Gesamtschule Dortmund (bis 01/2016)
Dieter Schluckebier, QUA-LiS NRW (bis 07/2016)
Dirk Bresinsky, QUA-LiS NRW (seit 08/2016)